

Calibração de modelos de plasticidade para chapas metálicas com recurso à aprendizagem automática

João António Gamboa Marques - 98246

Equipa de Orientação:

Prof. Doutor Pedro André Dias Prates
Prof. Doutor André Filipe Gomes Pereira

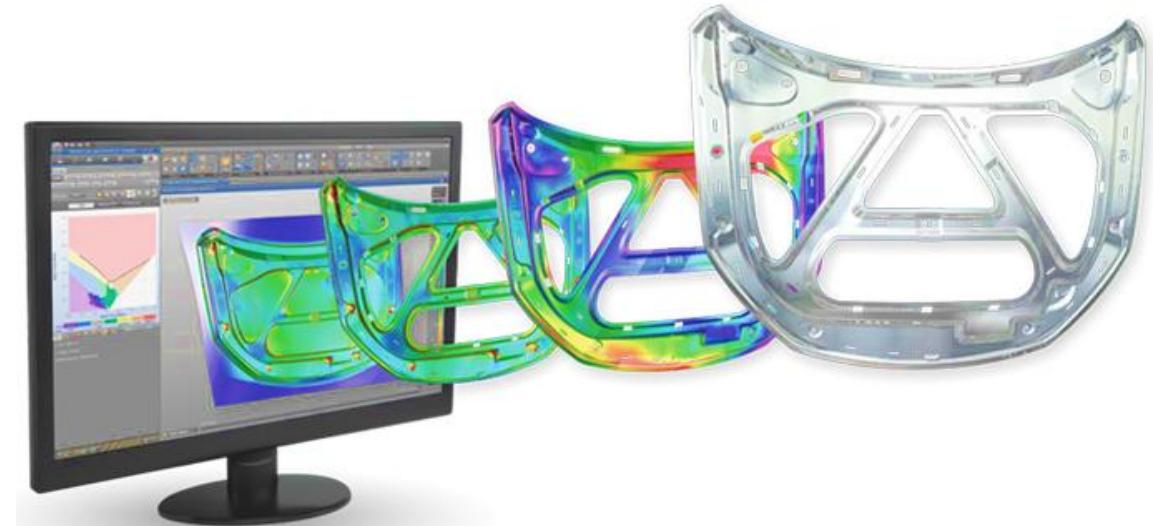
Estrutura da Apresentação



1 – Motivação

Simulações de processos de conformação de chapas metálicas são **essenciais** à indústria de fabrico de **alto desempenho**

- Dependem da simulação numérica
 - Precisão no design
 - Eficiência produtiva
 - Qualidade do produto
 - Redução de custos



<https://www.autoform.com/en/products/autoform-forming/autoform-formingsolver/>

1 – Motivação

Simulações dependem de **modelos constitutivos** para descrever o **comportamento elastoplástico** do material

- Para obter precisão de simulação é necessário
 - Seleção adequada das leis constitutivas
 - Calibração precisa dos parâmetros do modelo

Desta forma é essencial **desenvolver métodos** para a calibração de parâmetros de leis constitutivas



<https://www.autoform.com/en/products/autoform-forming/autoform-formingsolver/>

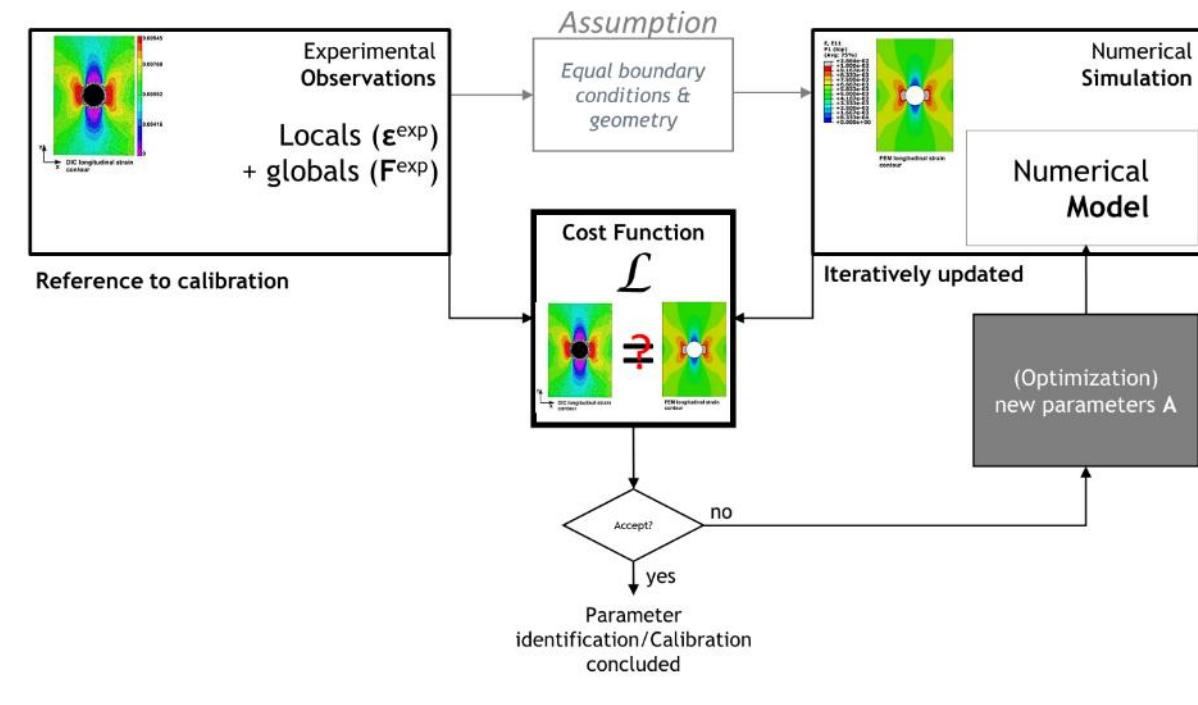
1 – Objetivos

Desenvolver e validar uma **metodologia de calibração de parâmetros de leis constitutivas** com recurso a *machine learning*

- Modelar, simular e validar um único ensaio numérico biaxial de um provete cruciforme
 - Desenvolver uma base de dados com base **FEA** para treino de modelos **ML**
 - Implementar o algoritmo **XGBoost** para prever parâmetros de leis constitutivas
 - Aplicar técnicas de manipulação de dados para testar a **robustez** do algoritmo
 - Validar resultados através da comparação entre simulações de **previsões** vs. **reais**

2 – Enquadramento

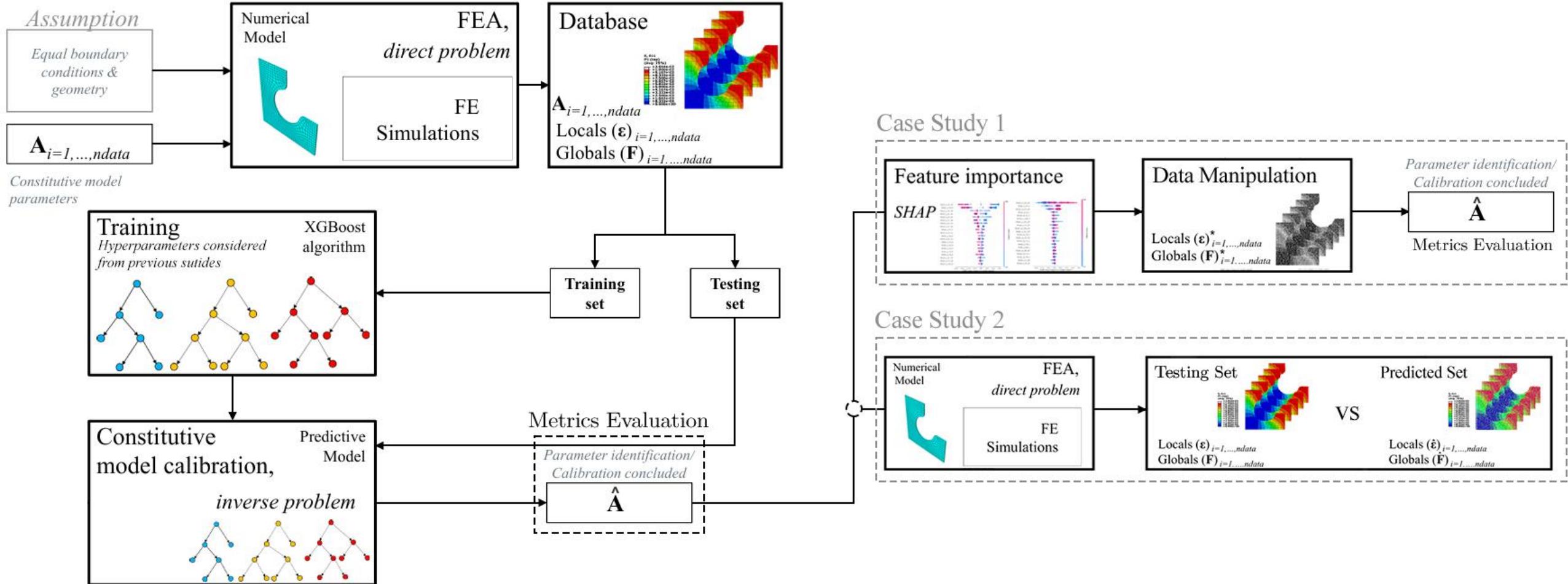
- Estratégias Inversas
- Baseiam-se em técnicas de minimização de diferenças entre resultados experimentais e numéricos
- FEMU (Finite Element Model Updating)
- VFM (Virtual Fields Method)
- Combinadas com DIC (Digital Image Correlation)
- Métodos de elevada complexidade e custo computacional
- Necessidade de bases de dados maiores
- Transitar para técnicas de ML como alternativa



FEMU – Exemplo esquemático

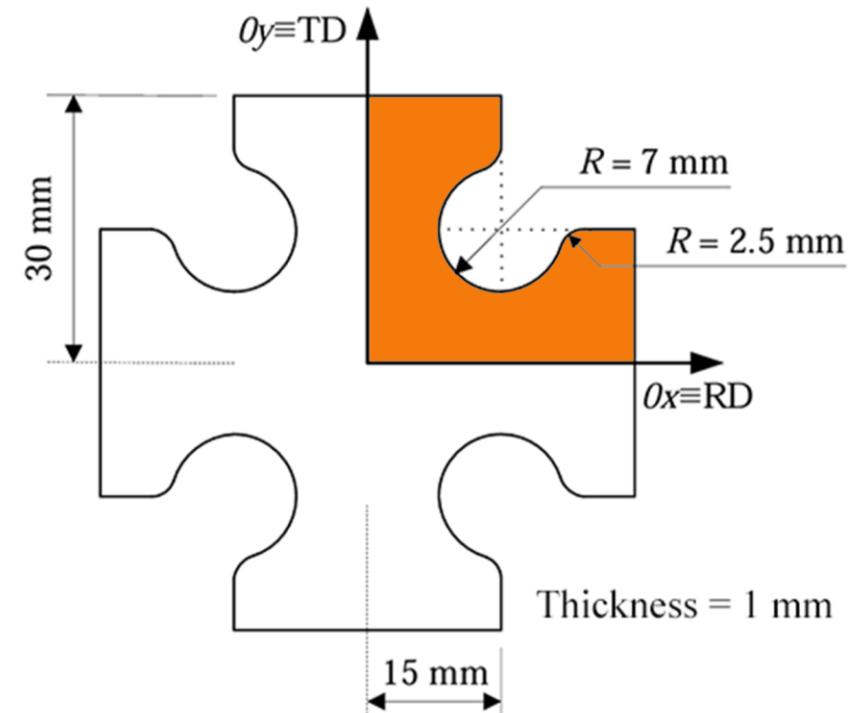
A. Andrade-Campos, N. Bastos, M. Conde, M. Gonçalves, J. Henriques, R. Lourenço, co., J. M. P. Martins, M. G. Oliveira, P. Prates, and L. Rumor, "On the inverse identification methods for forming plasticity models using full-field measurements," Materials Science and Engineering, vol. 1238, p. 012059, 5 2022.

2 – Metodologia



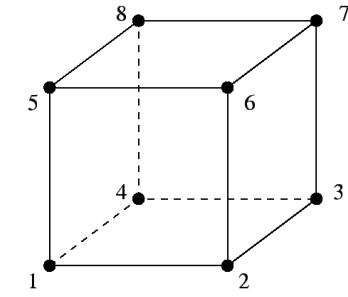
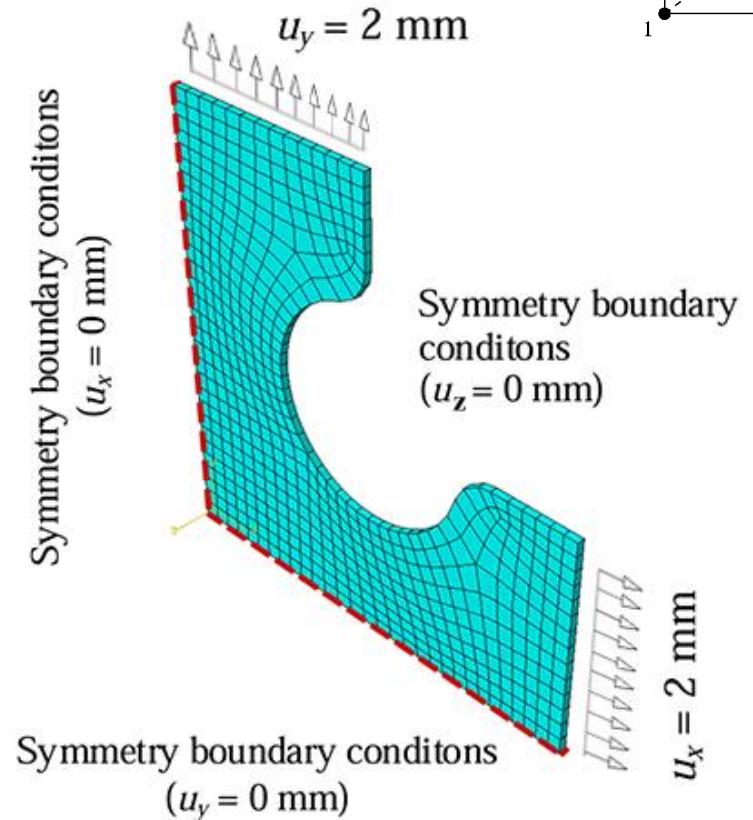
2 – Modelo Numérico

- Ensaio de Tração Biaxial – Provete Cruciforme
- Considerado 1/8 de geometria (zona a Laranja) devido à simetria do provete
- Lei de Hooke ($E = 210 \text{ GPa}$; $\nu = 0.3$)
- Lei de Swift
- Critério de Hill48 (CS1) e Critério CPB06 (CS2)



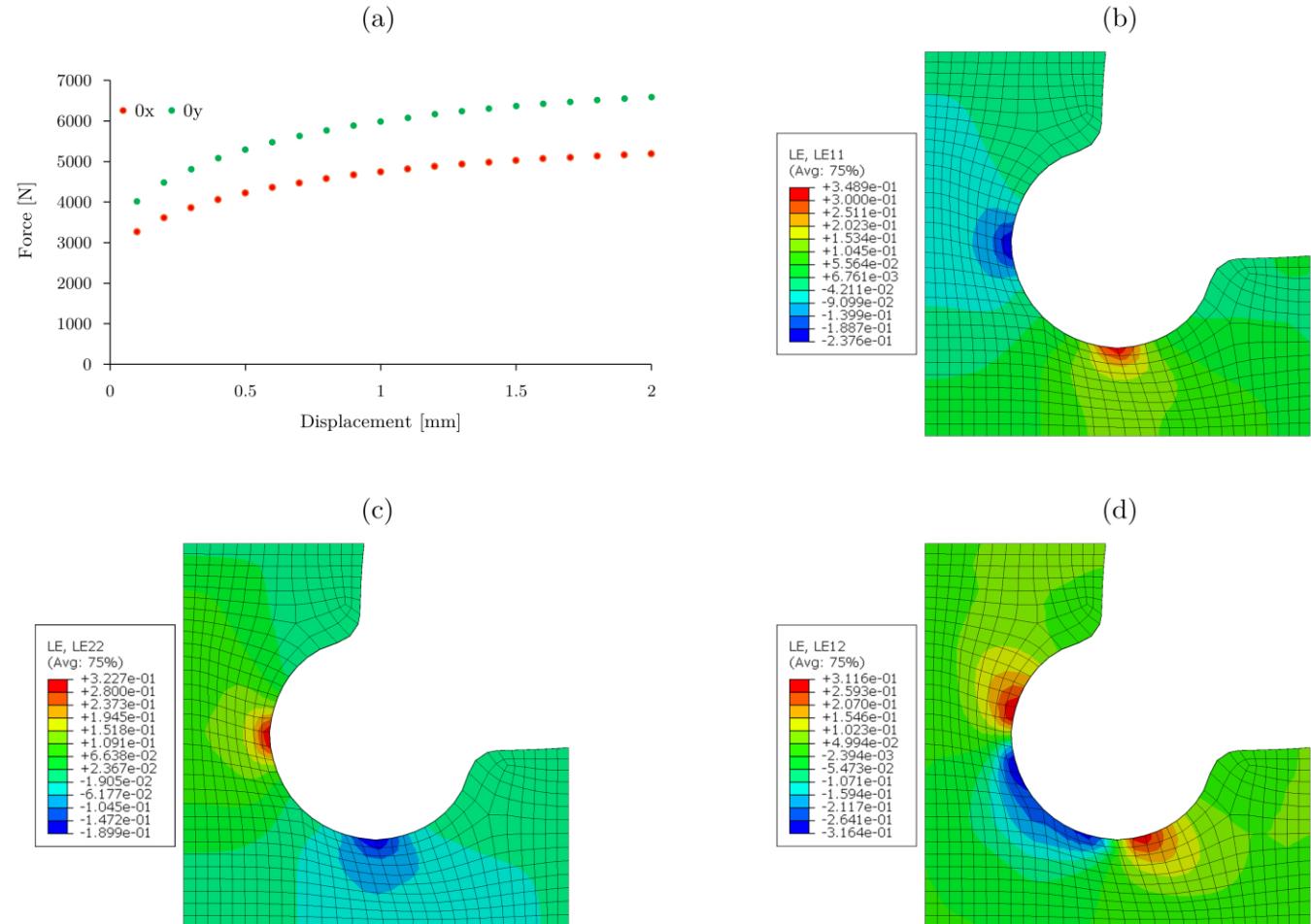
2 – Modelo Numérico

- Condições de Fronteira
 - Simetria (3 planos perpendiculares entre si)
 - Deslocamento em ambos braços (2 mm)
- Elementos C3D8R
 - (hexaédrico trilinear de oito nós com integração reduzida)
- 564 Elementos
 - Estudo de convergência de Malha



2 - Exemplo de uma Simulação

- Resultados a considerar
- Valores de força em O_x e O_y
- Campos de deformação logarítmica
- 20 time steps até 2 mm de deslocamento



Resultados da FEA do ensaio biaxial ($Y_0 = 150$ MPa, $n = 0.25$, $K = 564.09$ MPa, $r_0 = 1.257$, $r_{45} = 1.516$, $r_{90} = 4.243$): (a) força vs. deslocamento nos eixos O_x e O_y ; campos de deformação logarítmica (b) ϵ_{xx} , (c) ϵ_{yy} , e (d) ϵ_{xy} . Os campos de deformação logarítmica (ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , e ϵ_{xy}) foram obtidos para $u_x = u_y = 2$ mm.

2 – Base de Dados

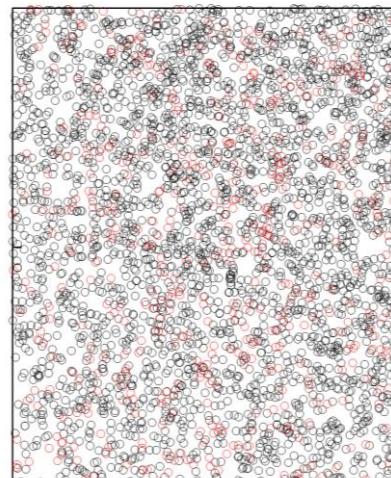
Caso de Estudo 1 – Hill48

Parâmetros Constitutivos	Intervalo de Valores	Step
r_0, r_{45}, r_{90}	0.6 – 6.0	0.001
$K[\text{MPa}]$	280.0 – 700.0	0.01
$\gamma_o[\text{MPa}]$	120.0 – 300.0	0.01
n	0.1 – 0.3	0.001

Caso de Estudo 2 – CPB06

Parâmetros Constitutivos	Intervalo de Valores	Step
C_{22}, C_{33}	-0.5 – 2.5	0.0001
$C_{12}, C_{13}, C_{23}, C_{66}$	-1.5 – 1.5	0.0001
$K[\text{MPa}]$	280.0 – 700.0	0.01
$\gamma_o[\text{MPa}]$	120.0 – 300.0	0.01
n	0.1 – 0.3	0.001

- Variedade de comportamento de materiais
- Latin Hypercube Sampling (LHS)
 - Simulações distintas através de várias combinações de parâmetros
 - Intervalo de valores de cada parâmetro seja representado uniformemente



2 - Base de Dados – CS1

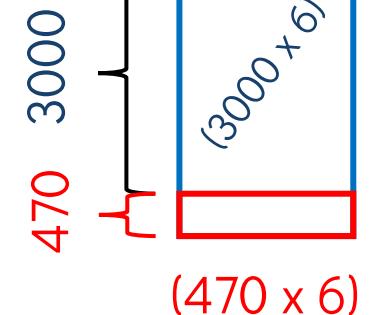
Matriz de Features

Matriz Alvo

33880 *features*
 $(=20 \text{ time steps} \times (2 \text{ Forças} + 3 \text{ componentes de Deformação} \times 564 \text{ elementos}))$



6 parâmetros



2 - Modelos Treinados

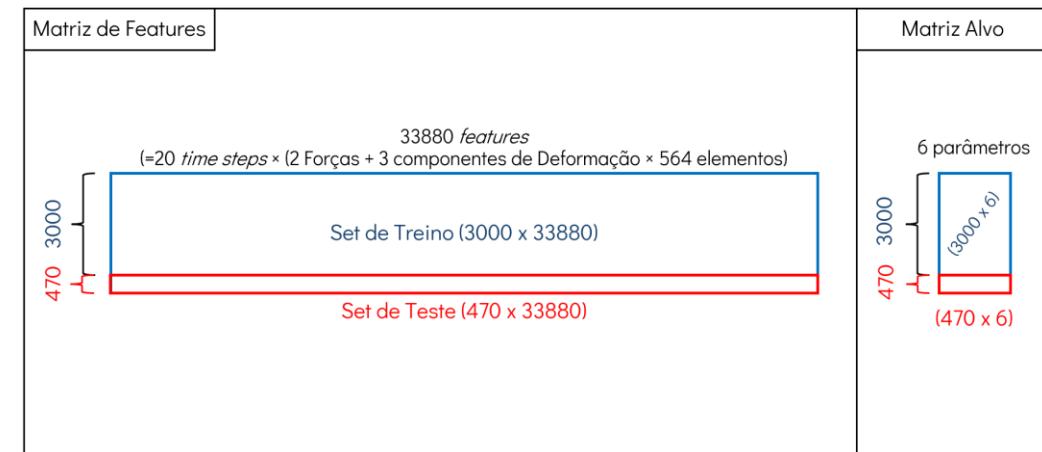
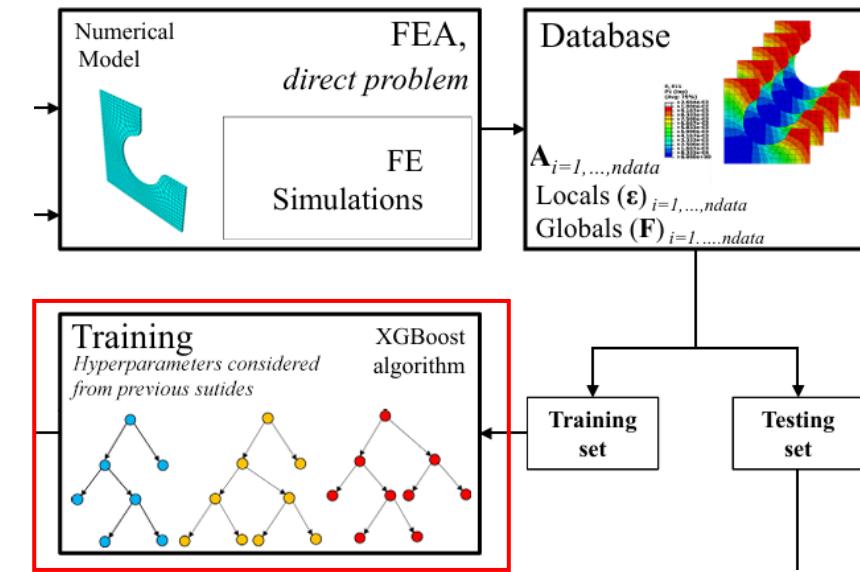
- 2 Motivações para treinar vários modelos de ML
 - Verificar a sensibilidade ao número de amostras
 - Verificar a sensibilidade da base de dados

• Caso de Estudo 1

- Treinados 26 Modelos ML
 - 5 Modelos treinados com (500, 1000, 1500, 2000, 2500 simulações)
 - 3000 (3000_CS1)

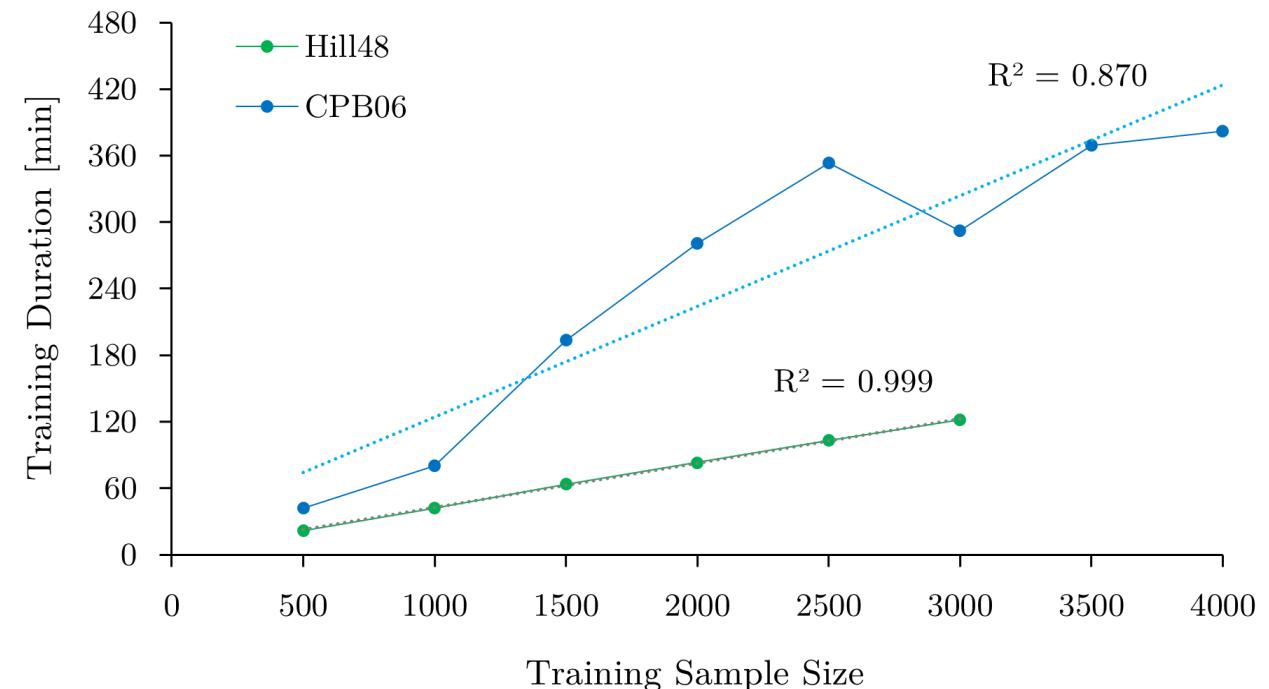
Caso de Estudo 2

- Treinados 36 Modelos ML para CS2
 - 5 Modelos treinados com (500, 1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500 simulações)
 - 4000 (4000 CS2)



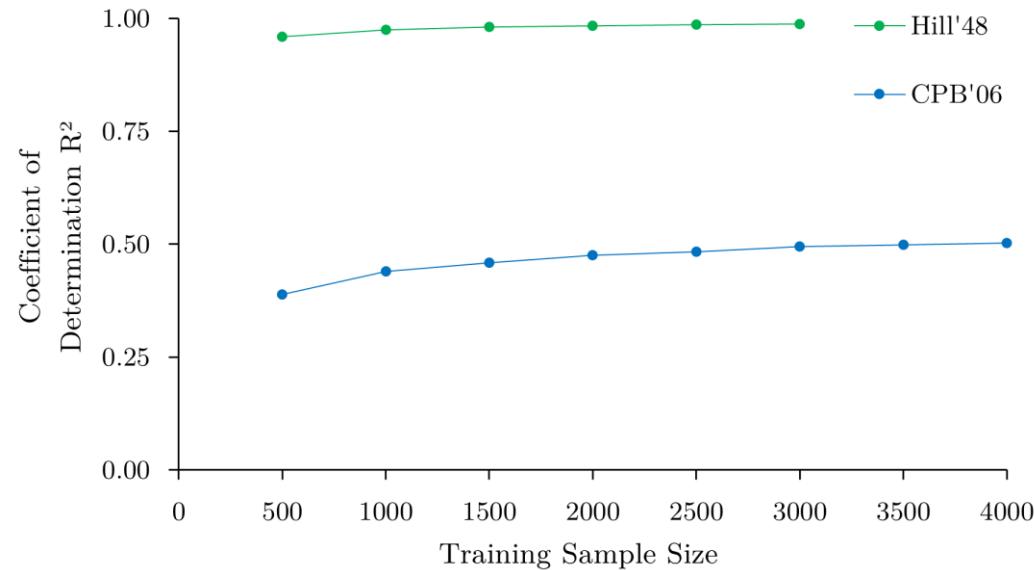
2 - Tempo de Treino

- Treinado sobre as mesmas condições
- CS2 com maior tempo de treino
 - Maior número de parâmetros para prever
 - Maior complexidade de relações
- Pouca linearidade
 - Processos paralelos a correr em simultâneo



13th Generation Intel® Core™ i9-13900 24-core processor (2.00-5.60 GHz) with 32 GB of RAM

2 - Resultados do Teste



Coeficiente de Determinação

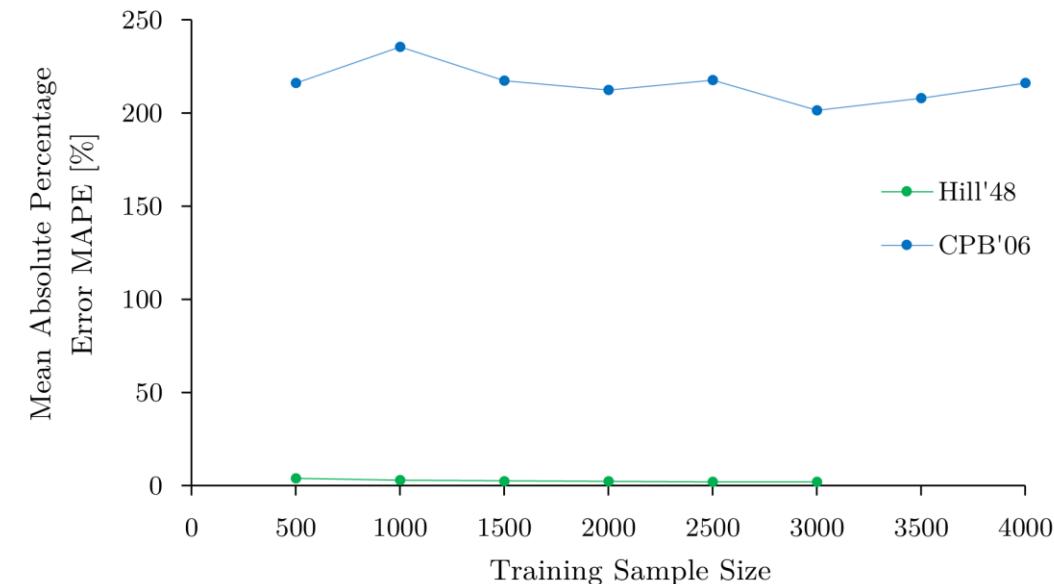
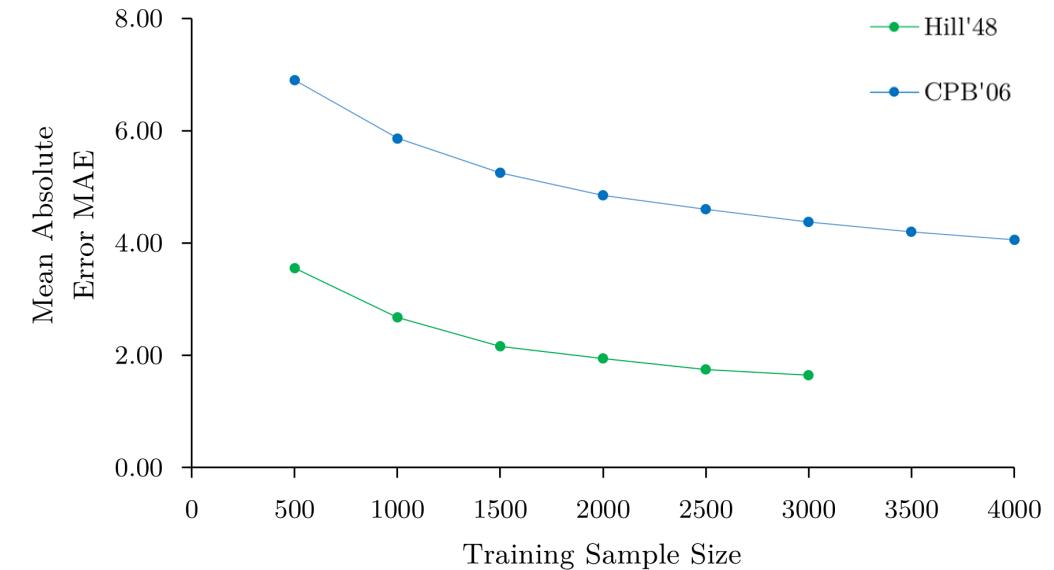
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^S (A_i - \hat{A}_i)^2}{\sum_{i=1}^S (A_i - \bar{A})^2}$$

Erro Absoluto Médio

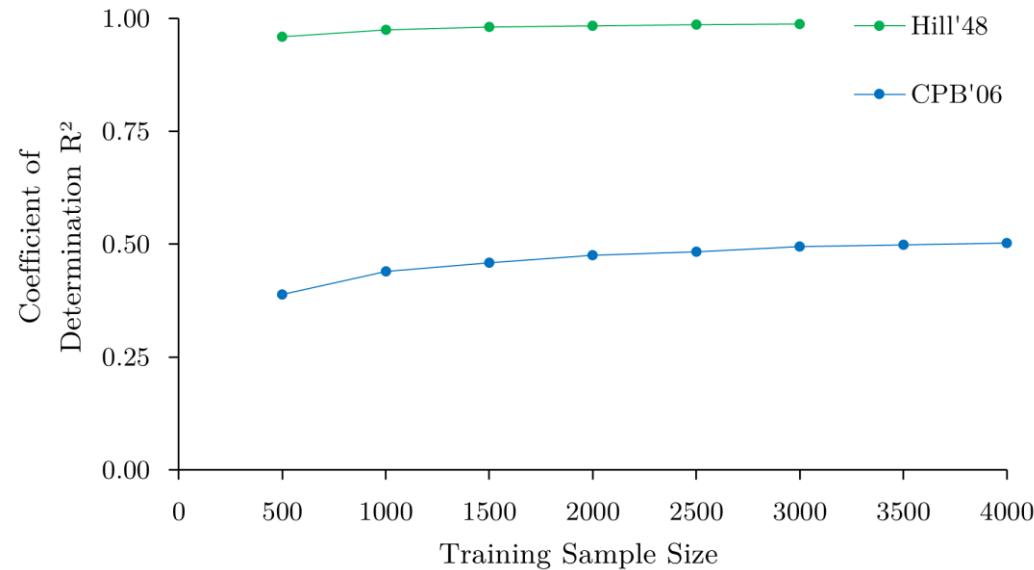
$$MAE = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S |A_i - \hat{A}_i|$$

Erro Absoluto Médio Percentual

$$MAPE = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S \left| \frac{A_i - \hat{A}_i}{A_i} \right| \times 100\%$$



2 - Resultados do Teste



Coeficiente de Determinação

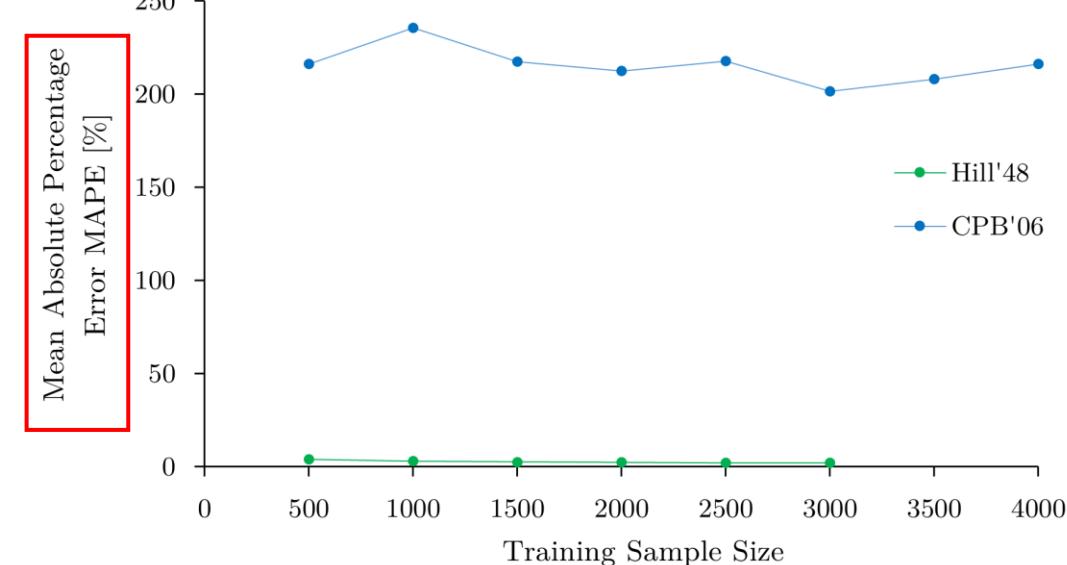
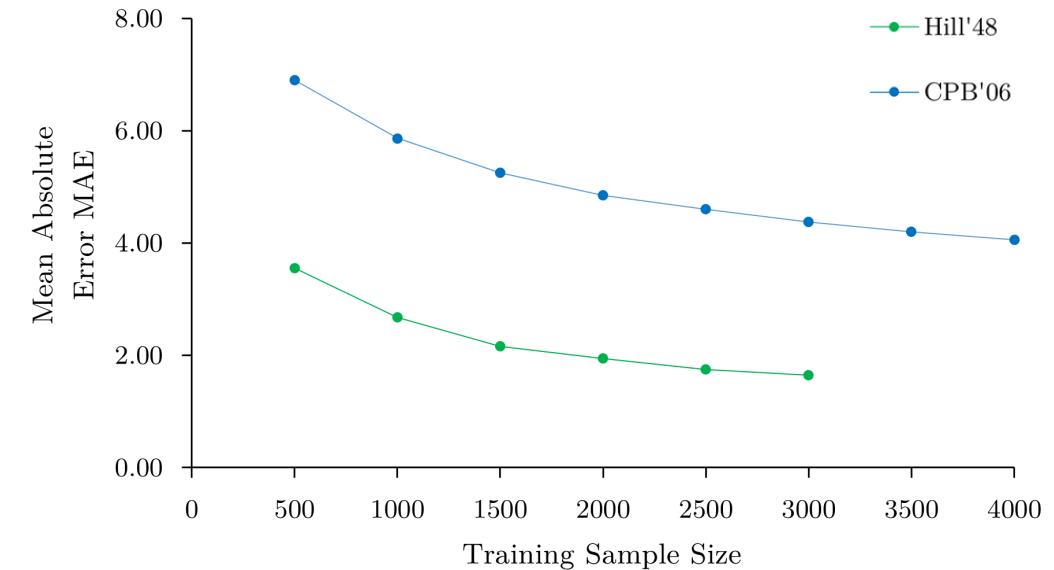
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^S (A_i - \hat{A}_i)^2}{\sum_{i=1}^S (A_i - \bar{A})^2}$$

Erro Absoluto Médio

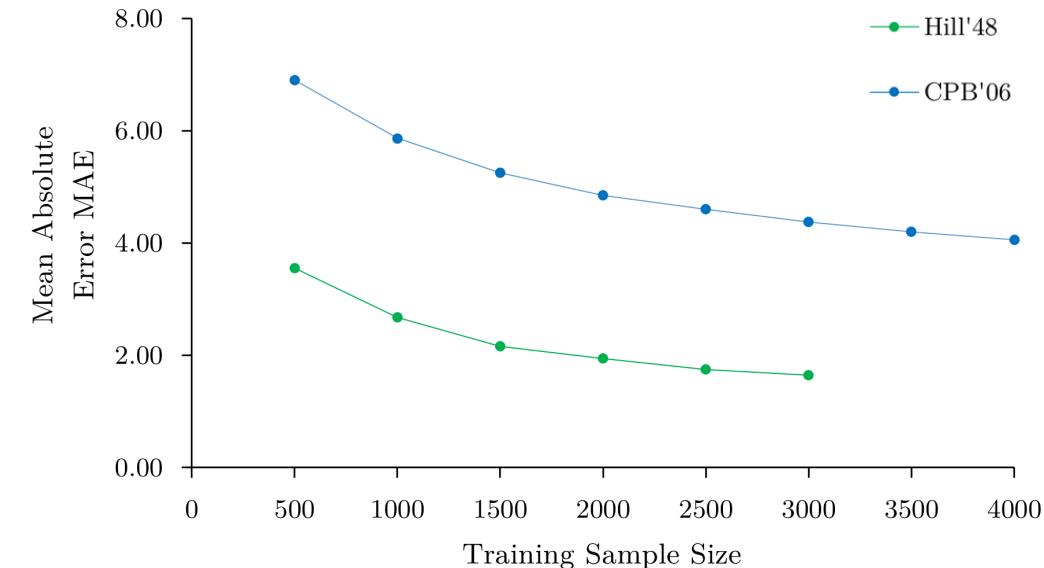
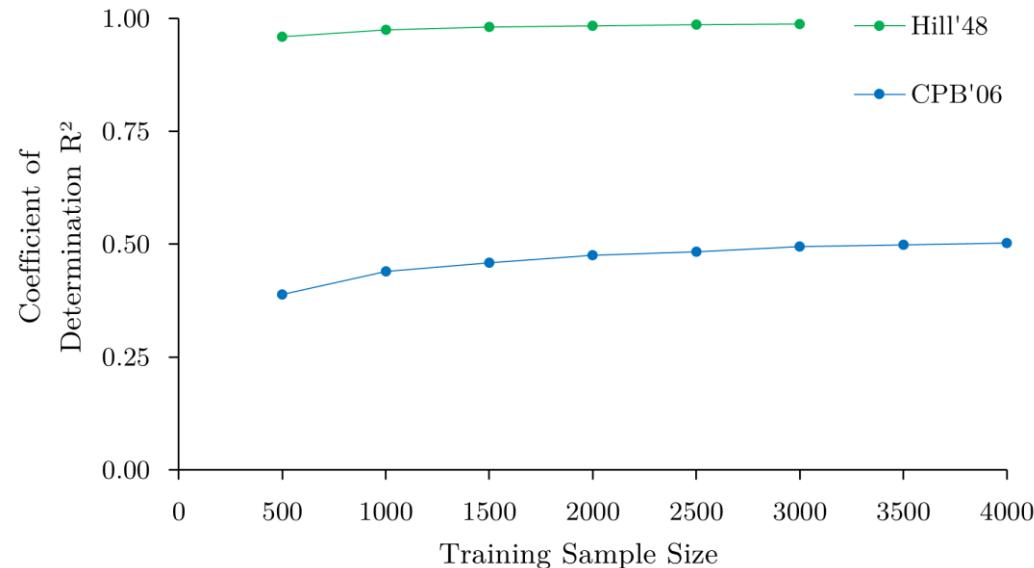
$$MAE = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S |A_i - \hat{A}_i|$$

Erro Absoluto Médio Percentual

$$MAPE = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S \left| \frac{A_i - \hat{A}_i}{A_i} \right| \times 100\%$$



2 – Resultados do Teste

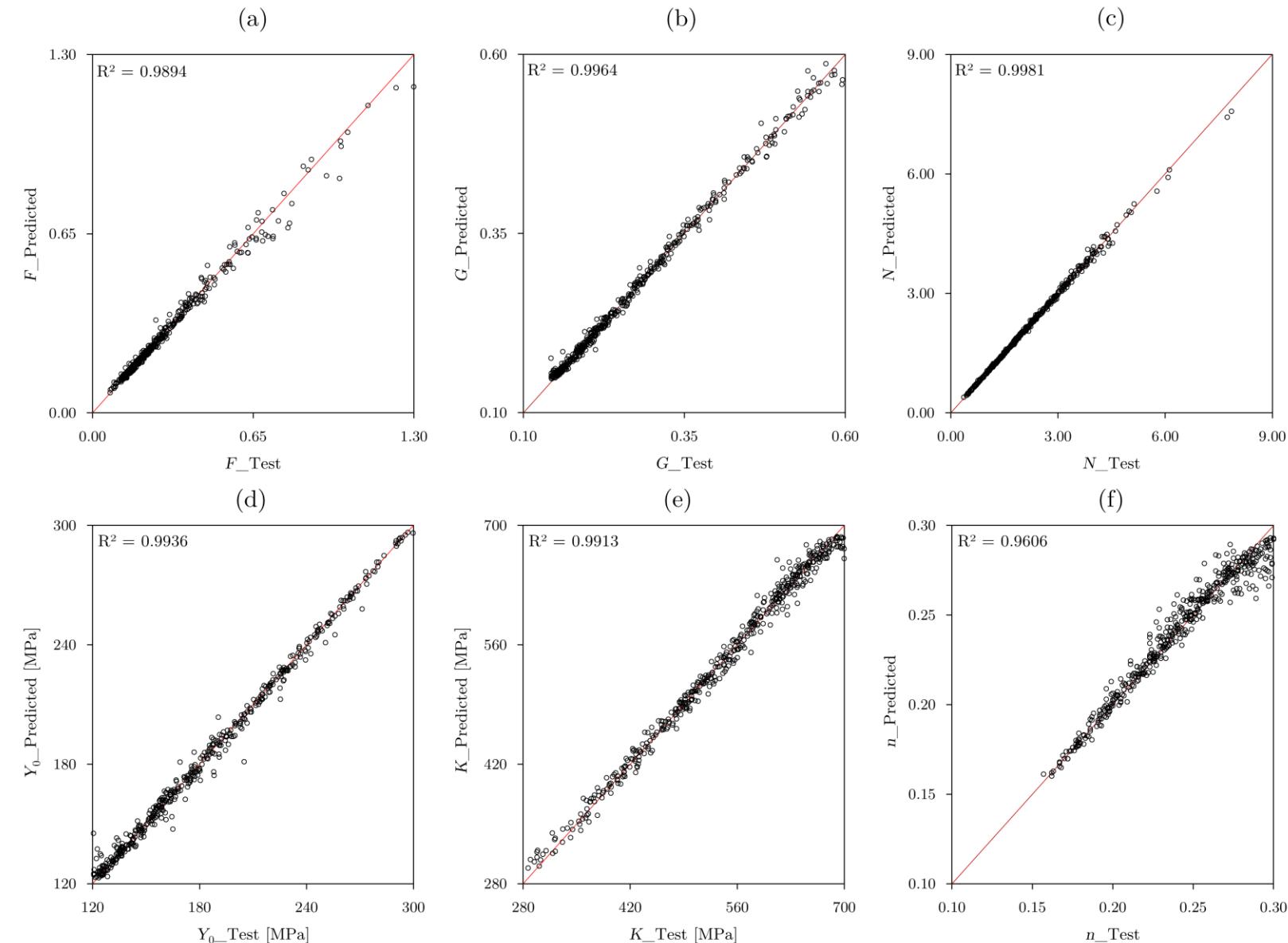


- CS1 apresenta modelos ML com **elevado desempenho geral** (R^2 , MAE, MAPE)
 - Simplicidade do critério de Hill48 e da lei de Swift (6 parâmetros a identificar)
 - Generalização e sem risco de sobreajuste
- CS2 apresenta modelos ML com **baixo desempenho geral** (R^2 , MAE)
 - Flexibilidade do critério CPB06 (9 parâmetros a identificar)
 - Permite soluções múltiplas o que podia indicar que os modelos ML tivessem encontrado uma solução alternativa
 - Verificou-se sobreajuste com métricas de *performance* de treino ótimas e de teste significativamente piores

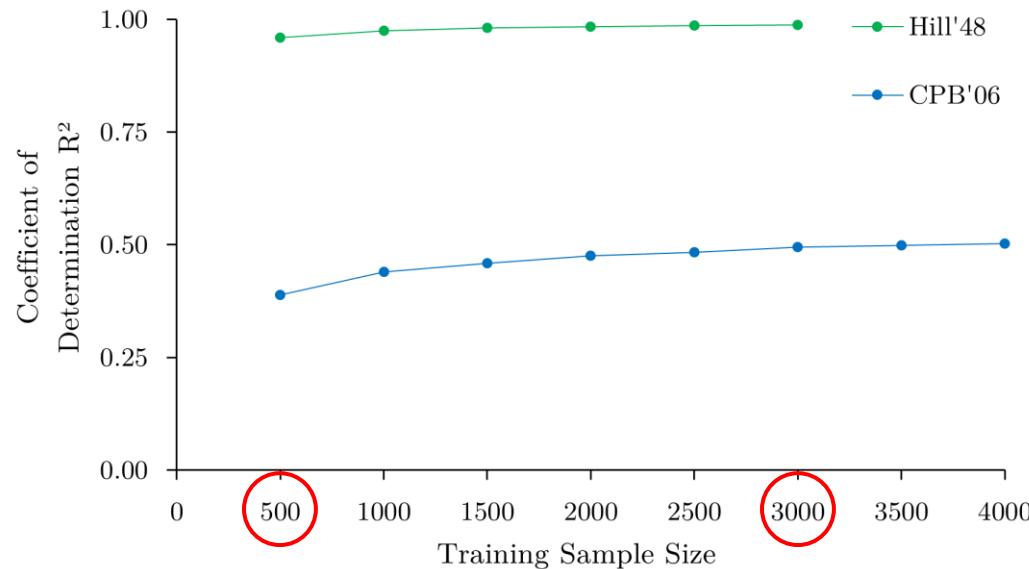
Caso de Estudo 1

CS1 – Previsões do Modelo 3000

- Elevada precisão por parâmetro
- Parâmetros do Critério de Hill48
 - $F; G; N$
 - Anisotropia do material
- Parâmetros da Lei de Swift
 - $Y_o; K; n$
 - Curva de encruamento



CS1 - Comparação de Modelos 3000 vs. 500

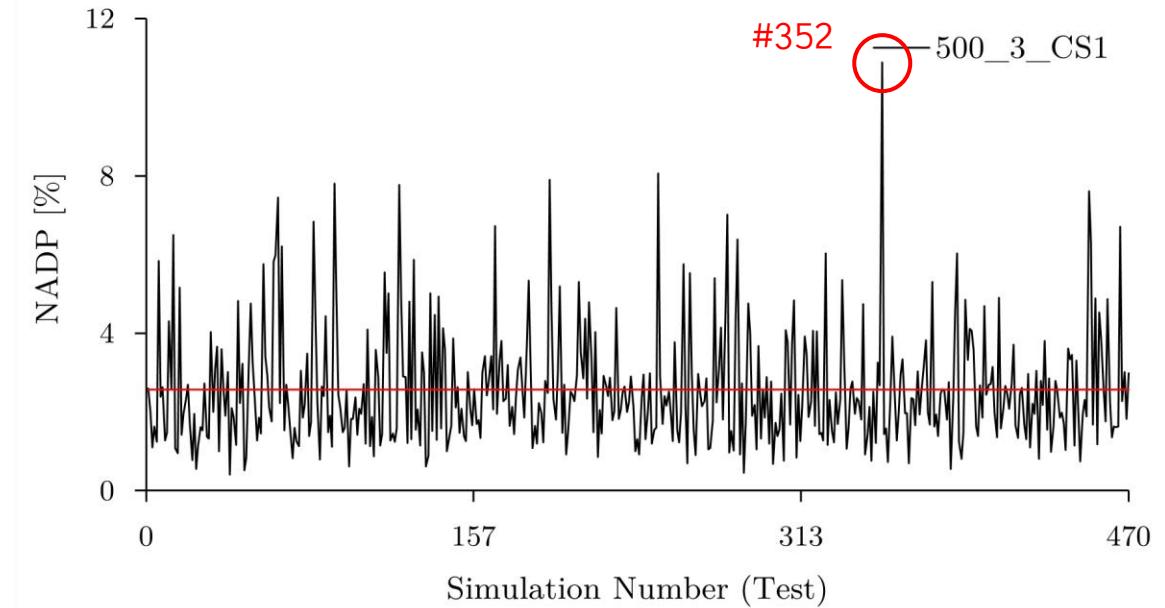
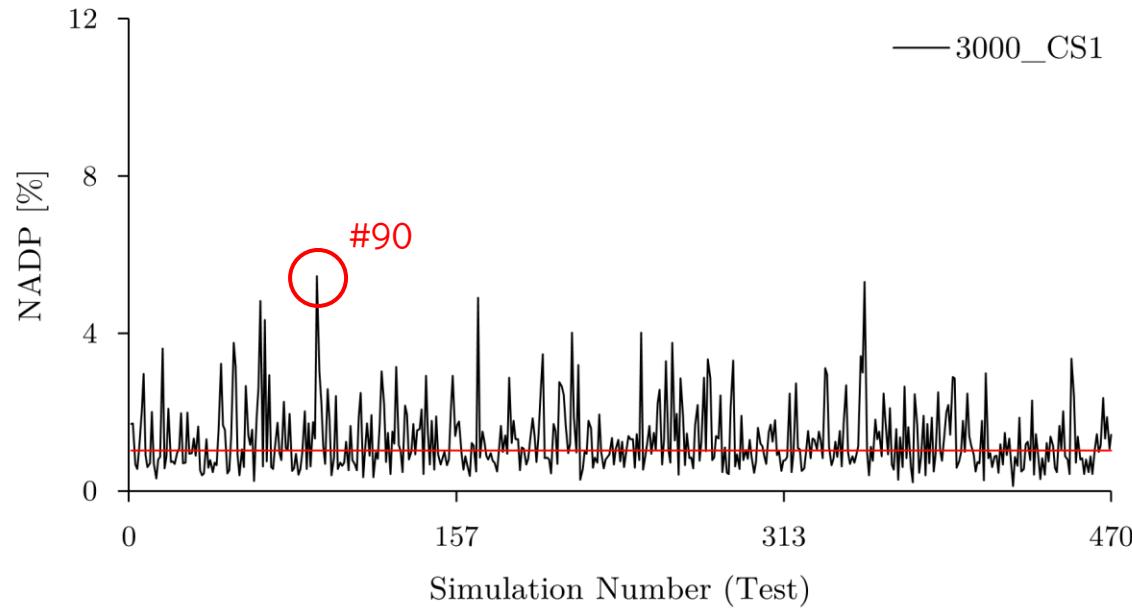


$$\text{NADP} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{|\hat{A}_{i,j} - A_{i,j}|}{\text{Range of } A_i} \times 100\% \right), \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots$$

\hat{A} é o parâmetro previsto; A parâmetro real; m é o número de parâmetros por caso de estudo; i é o índice de parâmetro; j é o índice de simulação

- NADP - Métrica percentual normalizada para comparar erros absolutos entre parâmetros de diferentes amplitudes

CS1 – Comparação de Modelos 3000 vs. 500

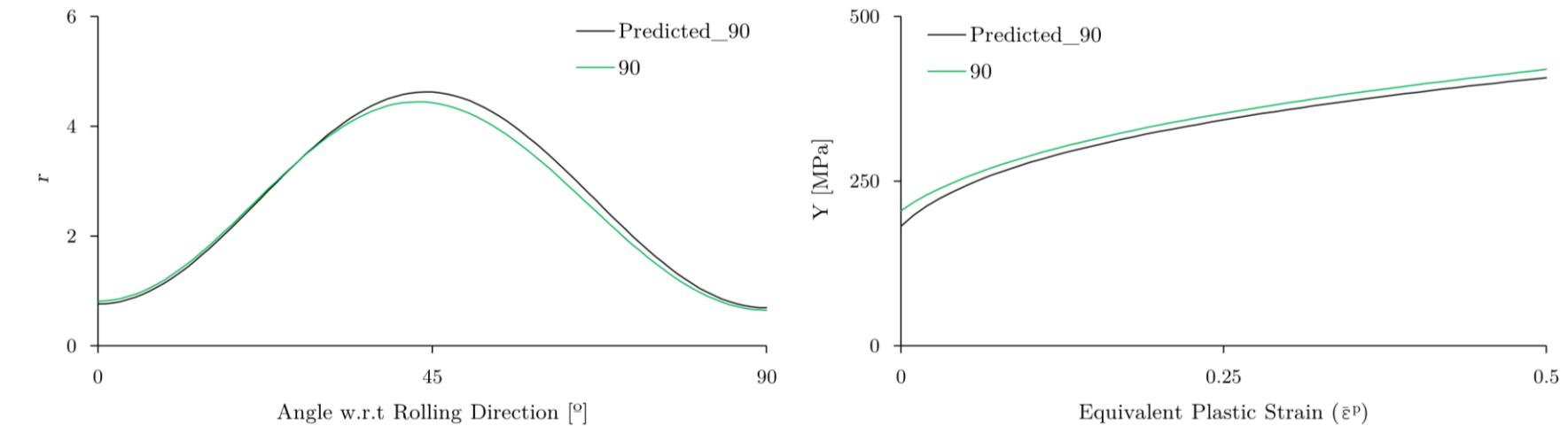


- A **linha vermelha** representa a média de NADP
- **3000_CS1** apresenta NADP médio de 1% e raramente excede 5%
- **500_CS1** apresenta NADP médio de 2.6% e ocasionalmente excede 5%

CS1 – Comparação de Modelos 3000 vs. 500

- Modelo 3000 amostras

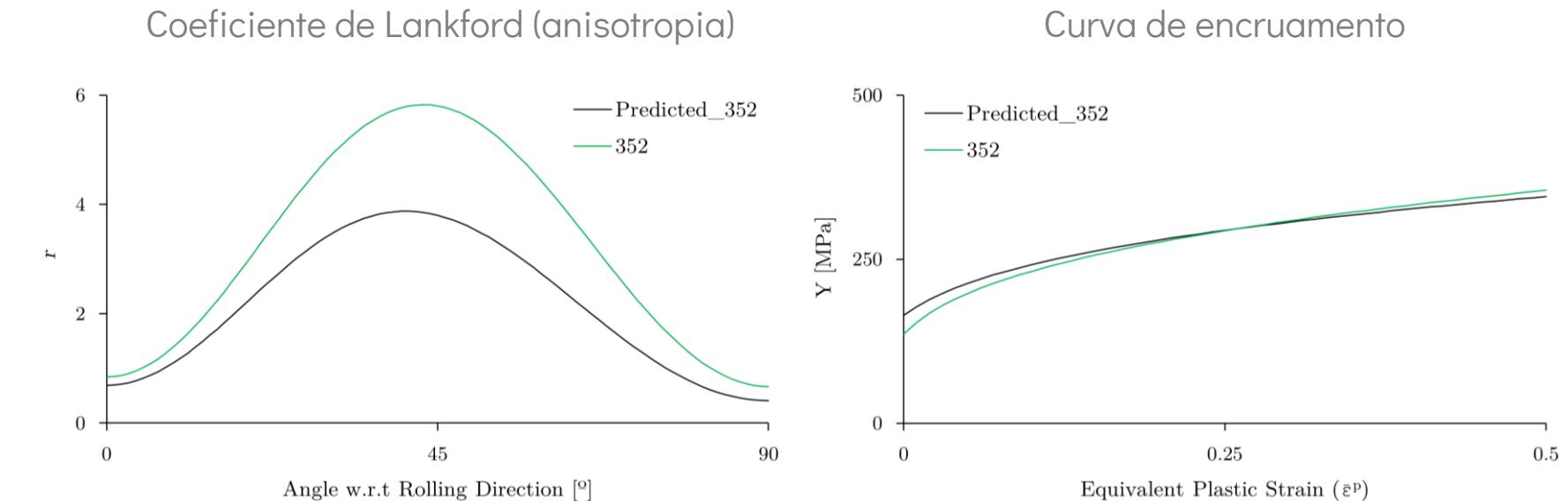
- NADP = 5.45%
- NADP Hill48 = 1.46%
- NADP Swift = 3.99%



Coeficiente de Lankford (anisotropia)

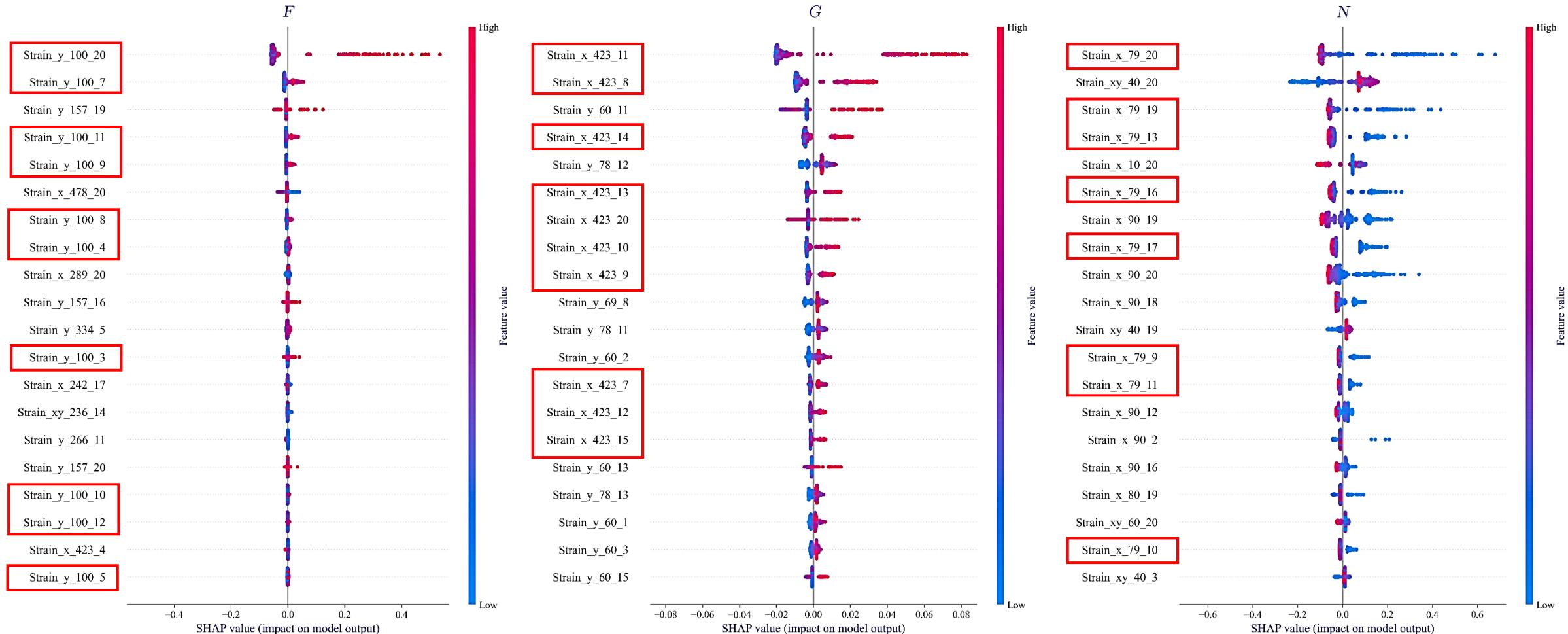
- Modelo de 500 amostras

- NADP = 10.89%
- NADP Hill48 = 4.12%
- NADP Swift = 6.77%



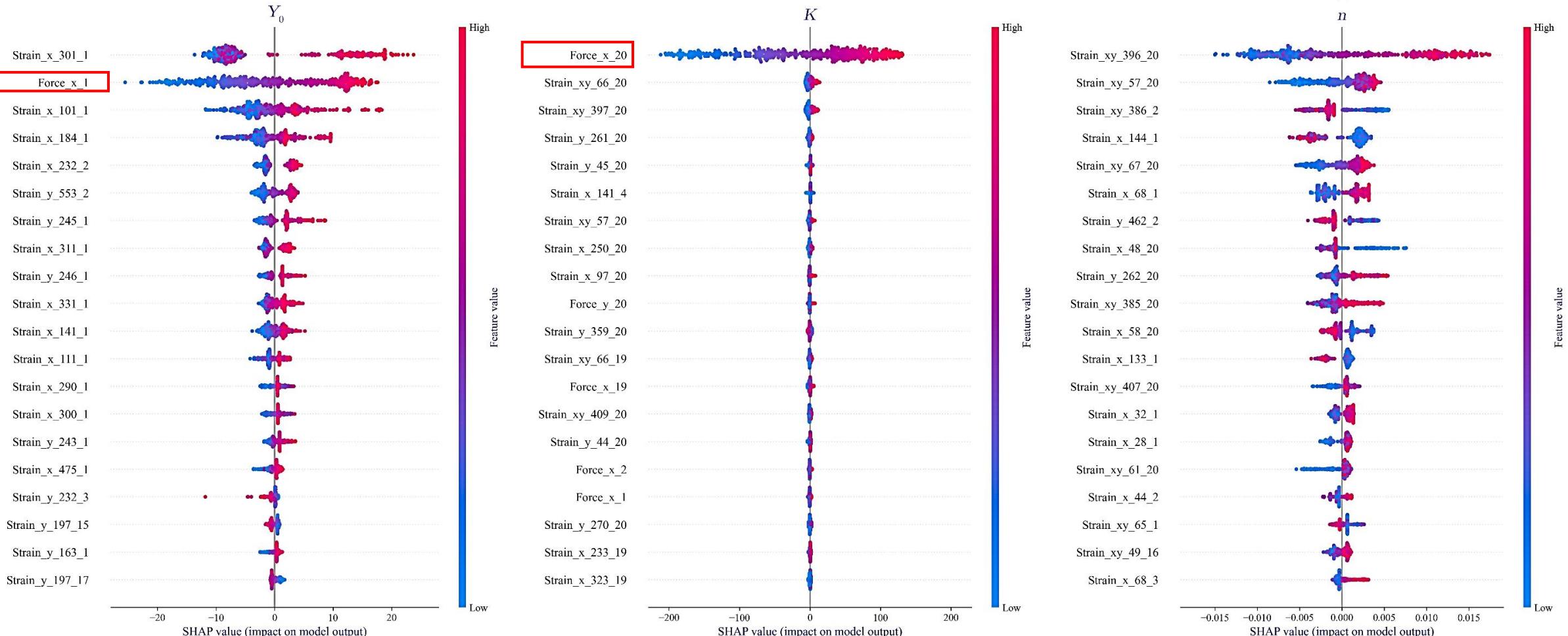
Curva de encruamento

CS1 - SHAP Values – Hill48



- Top 20 *features* mais influentes na previsão dos parâmetros do critério de Hill48 (3000_CS1)
- Critério de Hill48 dependente principalmente de elementos específicos em diferentes time steps

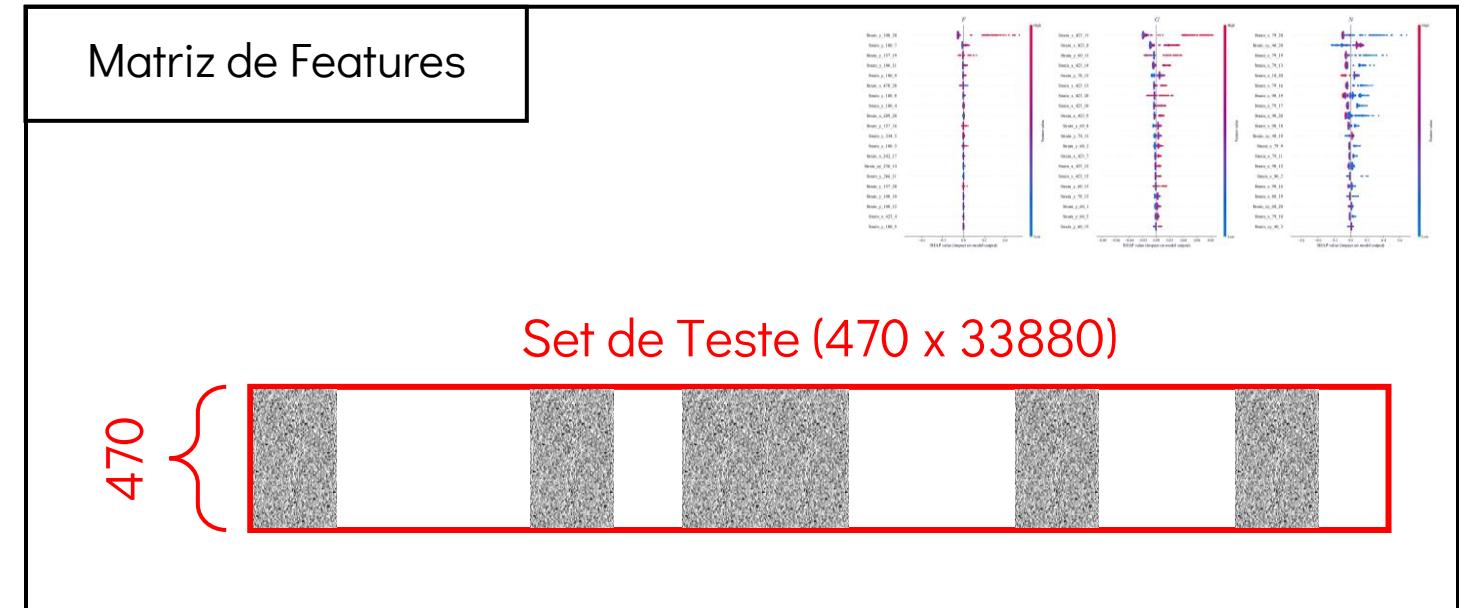
CS1 - SHAP Values – Swift



- Top 20 *features* mais influentes na previsão dos parâmetros da Lei de Swift (3000_CS1)
- Lei de Swift dependente da força na direção Ox no primeiro e último time step

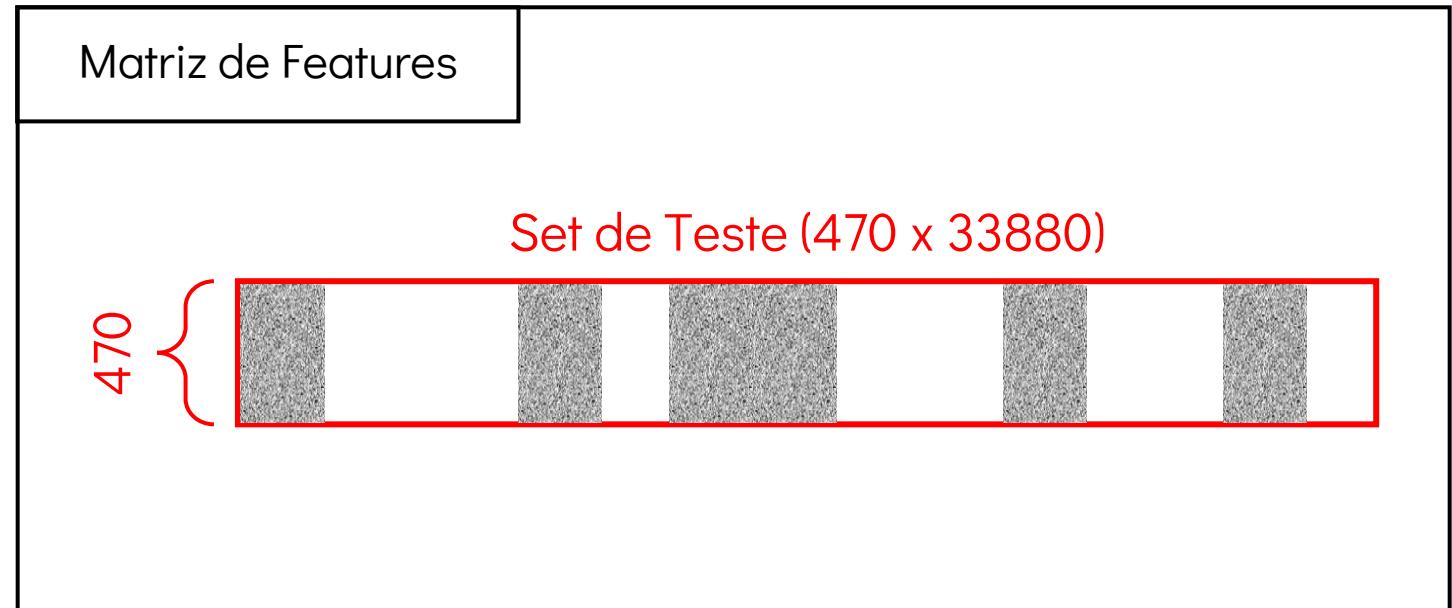
CS1 – Robustez do Modelo

- Manipulação dos dados de teste
 - Features mais importantes (120)
- Replicar possíveis cenários
 - Imprecisões de DIC
 - Perda de dados
- Robustez ao ruído
- Robustez à falta de dados



CS1 – Robustez do Modelo – Ruído

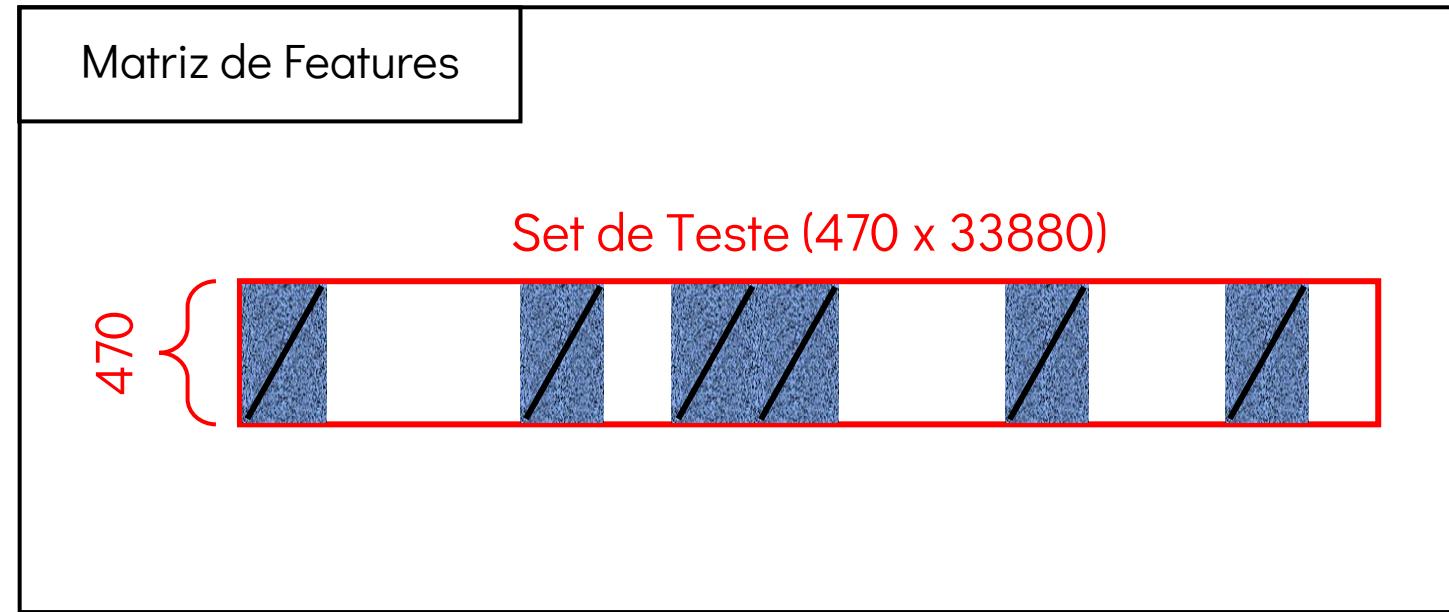
- Ruído **distribuição uniforme**
 - Valores no intervalo igualmente prováveis
- Resiliente ao ruído
 - Resultado único a uma *seed*
 - Noutras situações podem-se obter resultados melhores ou piores



Condição de Teste	R ²	MAE	MAPE [%]
Normal	0.9880	1.65	2.00
±10% Ruído Uniforme	0.9869	1.80	2.11
±20% Ruído Uniforme	0.9836	2.13	2.37
±30% Ruído Uniforme	0.9786	2.56	2.72
±40% Ruído Uniforme	0.9685	3.11	3.16
±50% Ruído Uniforme	0.9635	3.47	3.51

CS1 – Robustez do Modelo – Falta de Dados

- Cenário Ideal
 - Valores definidos como NaN para simular dados ausentes
- Limitações técnicas
 - XGBoost não prevê com valores NaN
 - Treinar um novo modelo para cada cenário de dados em falta – **ineficiente**
 - Features assumidas como zero
- Perda acentuada de performance

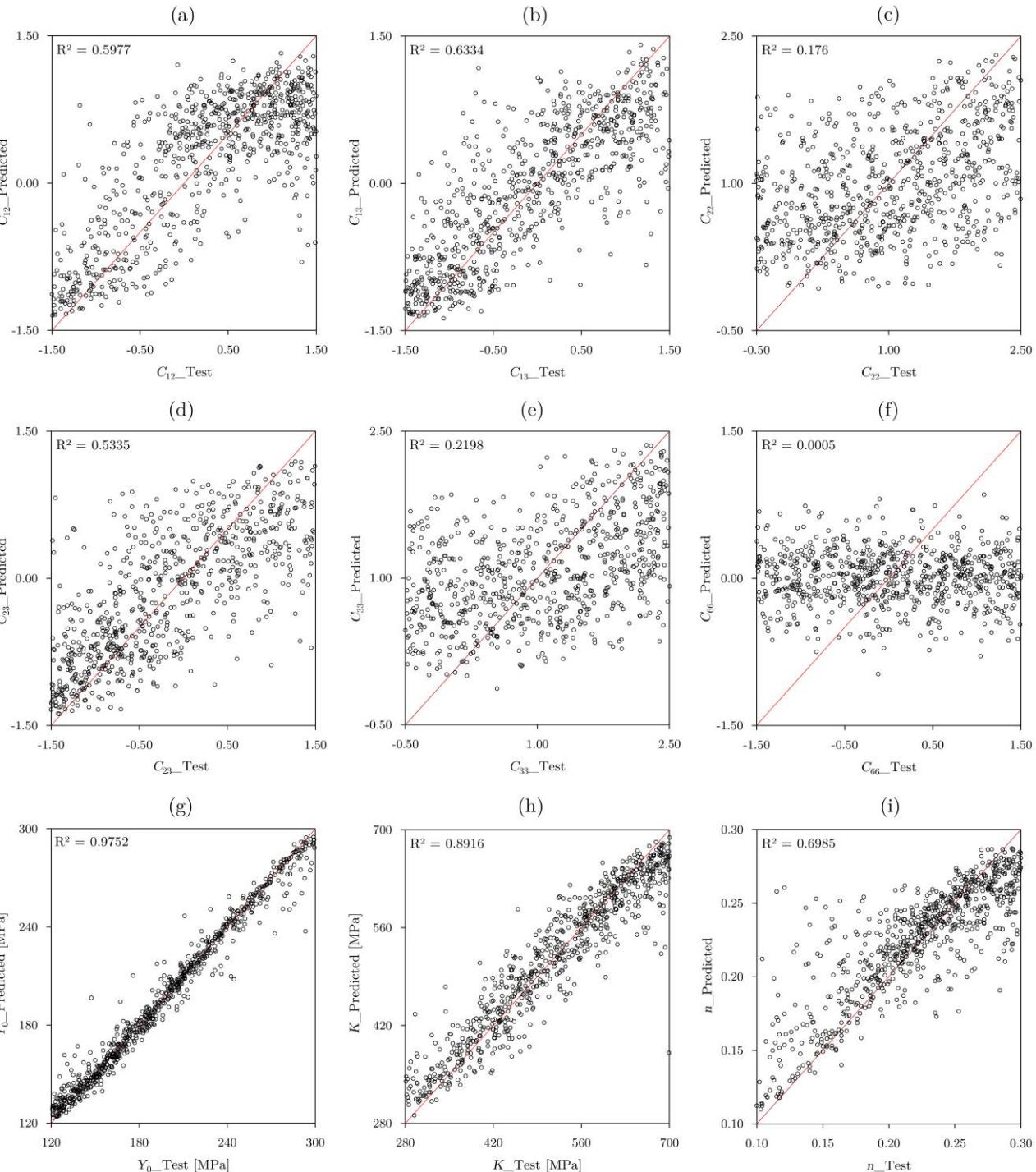


Condição de Teste	R ²	MAE	MAPE [%]
Normal	0.9880	1.65	2.00
Falta de Dados	0.3178	19.52	19.97

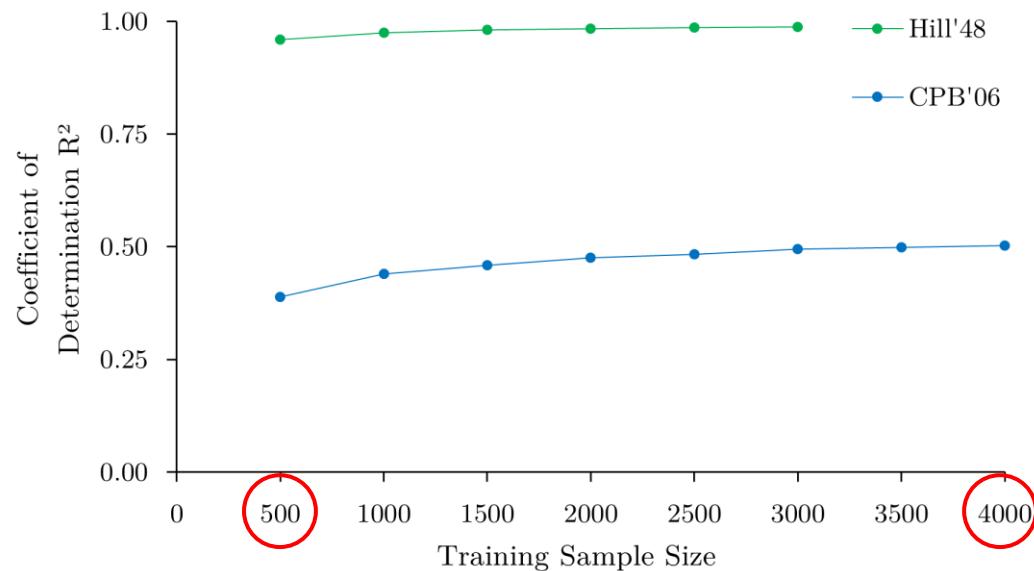
Caso de Estudo 2

CS2 – Previsões do Modelo 4000

- Geralmente baixa precisão por parâmetro
- Parâmetros do Critério CPB06
 - C_{22} ; C_{33} ; C_{12} ; C_{13} ; C_{23} ; C_{66}
 - Anisotropia do material
- Parâmetros da Lei de Swift
 - Y_o ; K ; n
 - Curva de encruamento



CS2 - Comparação de Modelos 4000 vs. 500

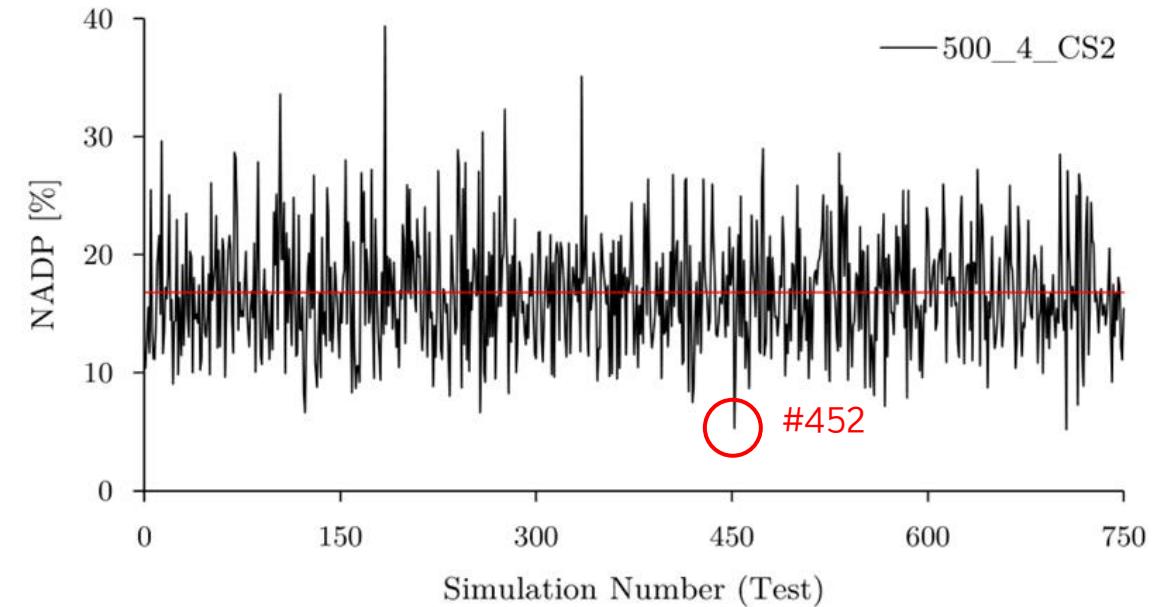
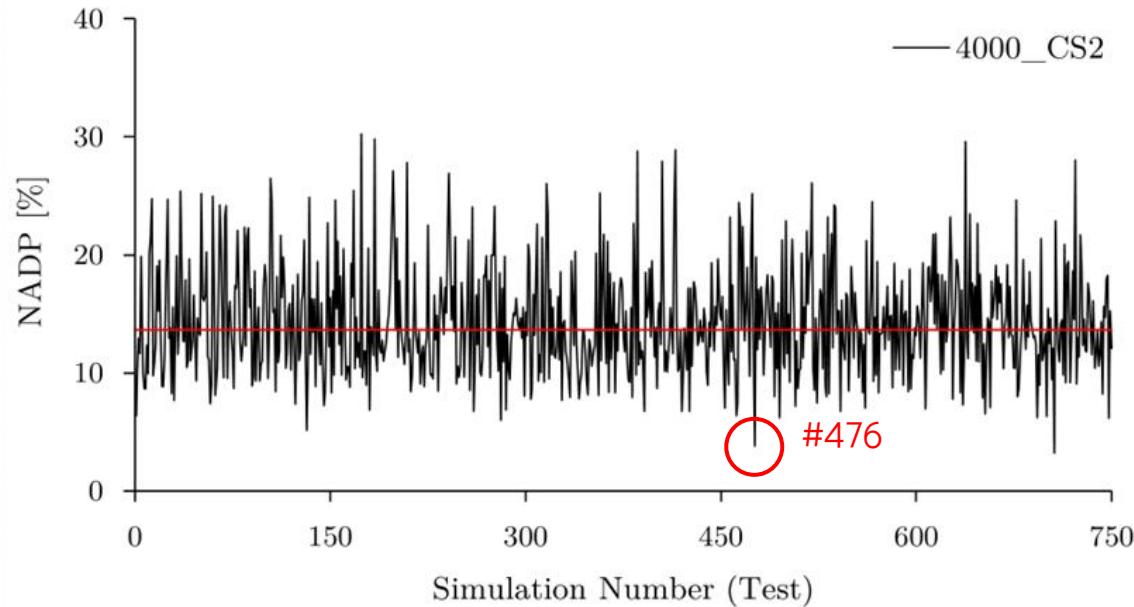


$$\text{NADP} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{|\hat{A}_{i,j} - A_{i,j}|}{\text{Range of } A_i} \times 100\% \right), \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots$$

\hat{A} é o parâmetro previsto; A parâmetro real; m é o número de parâmetros por caso de estudo; i é o índice de parâmetro; j é o índice de simulação

- NADP - Métrica percentual normalizada para comparar erros absolutos entre parâmetros de diferentes amplitudes

CS2 – Comparação de Modelos 4000 vs. 500

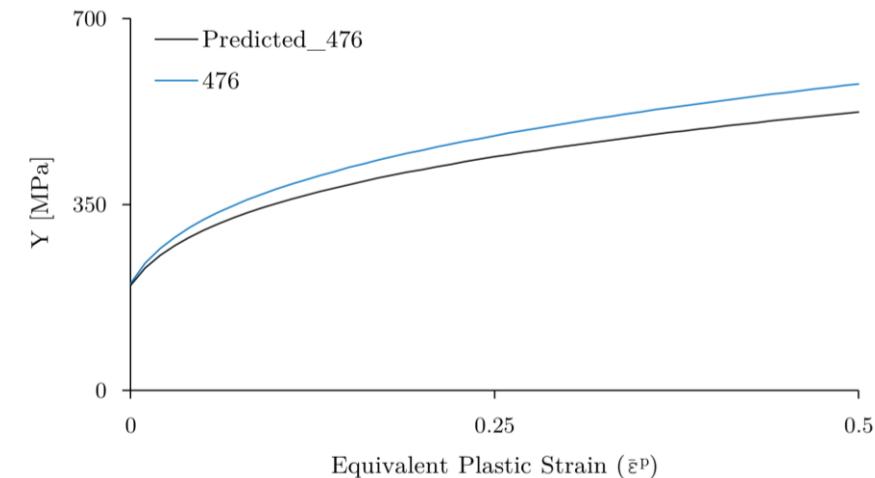
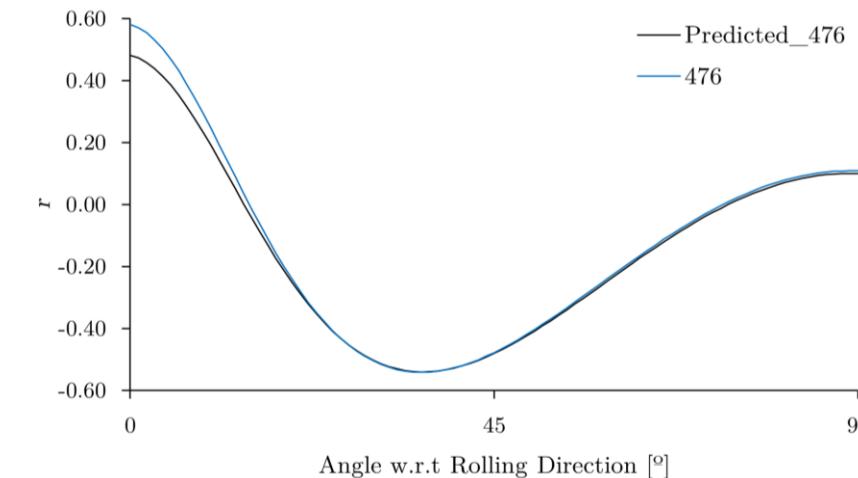


- A **linha vermelha** representa a média de NADP
- **4000_CS2** apresenta NADP médio de 13.60% e faz frequentemente previsões abaixo de 10%
- **500_CS2** apresenta NADP médio de 16.80% e raramente faz previsões abaixo dos 10%

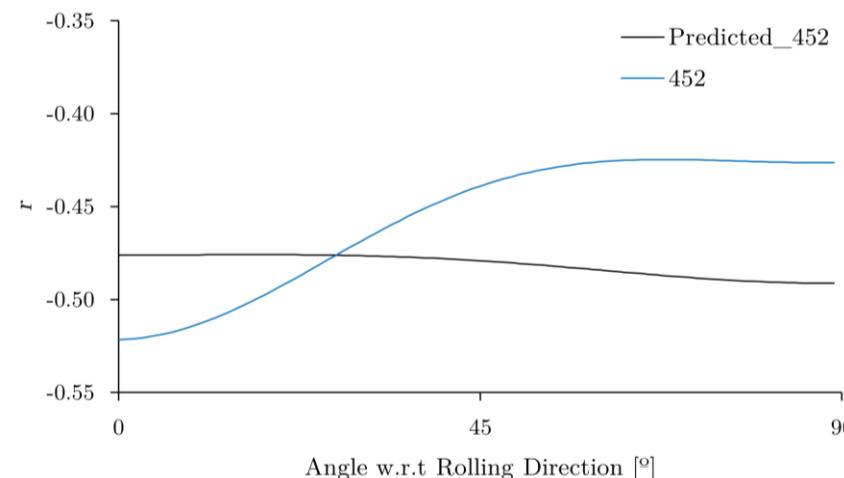
CS2 – Comparação de Modelos 4000 vs. 500

- Modelo 4000 amostras

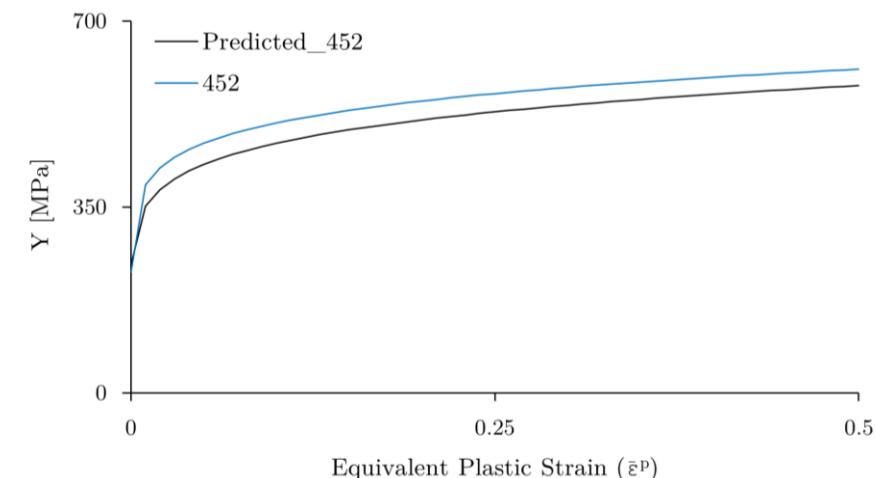
- NADP = 3.82%
- NADP CPB06 = 1.00%
- NADP Swift = 2.82%



Coeficiente de Lankford (anisotropia)



Curva de encruamento

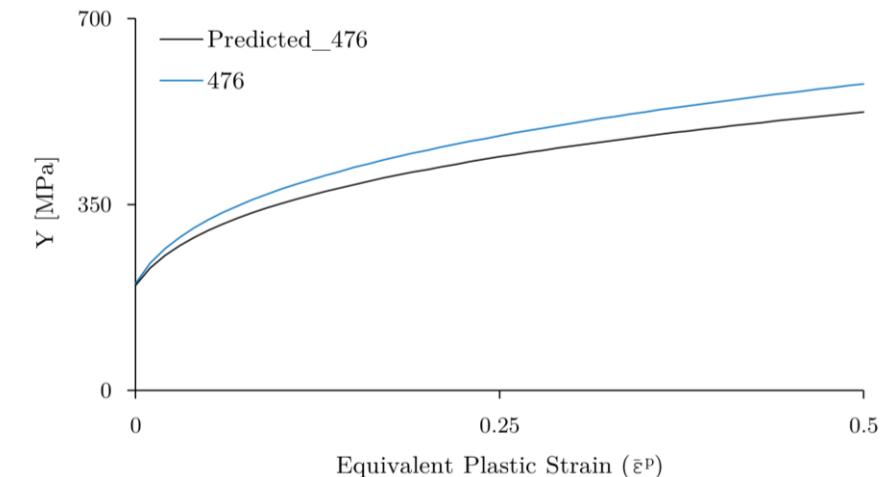
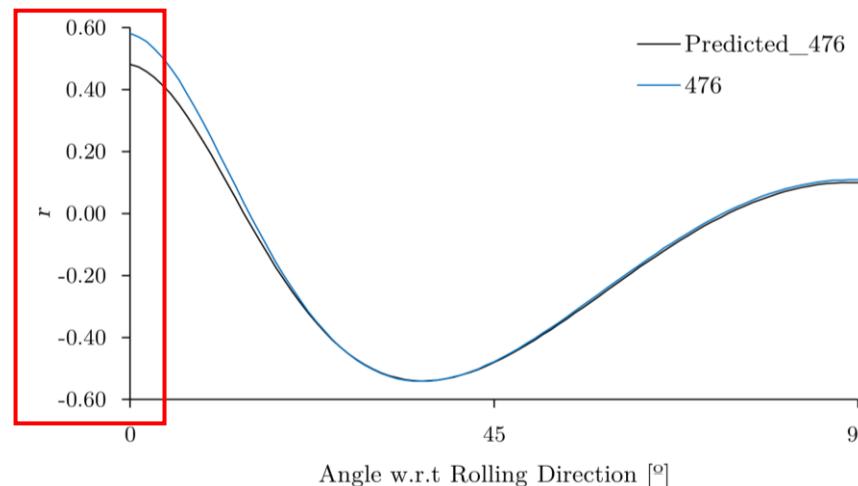


- Modelo de 500 amostras

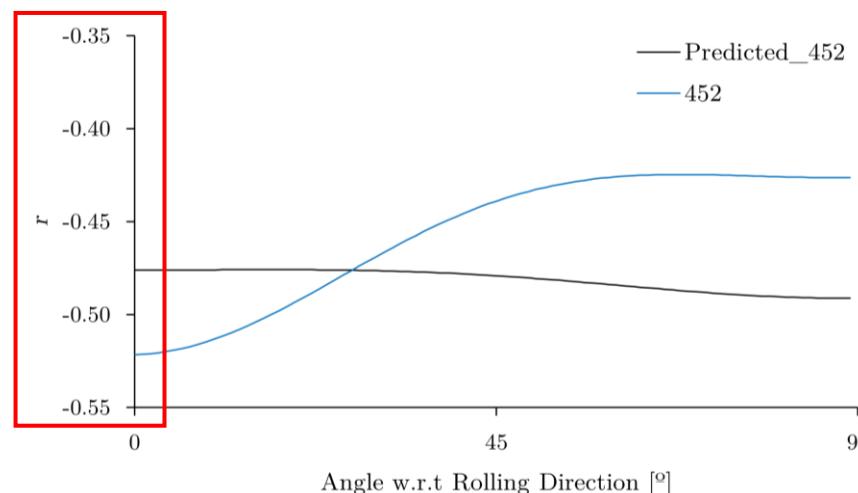
- NADP = 5.32%
- NADP CPB06 = 2.85%
- NADP Swift = 2.47%

CS2 – Comparação de Modelos 4000 vs. 500

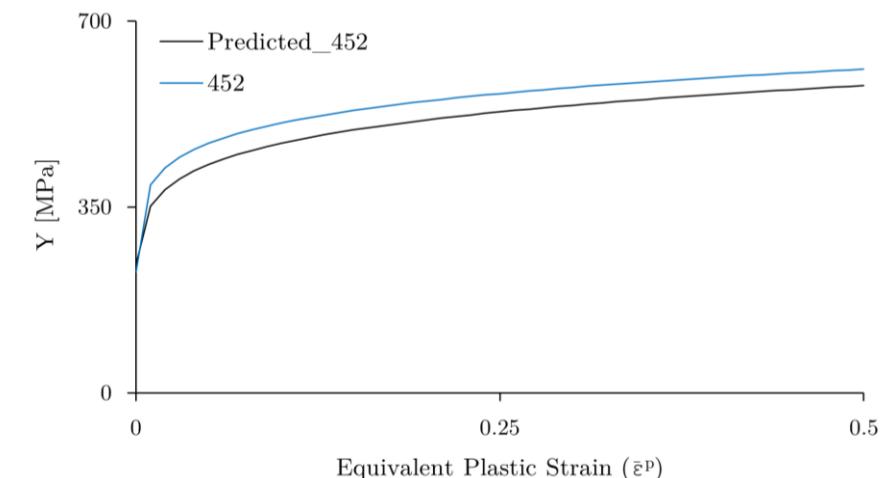
- Valores Negativos de r
 - Negativo são irrealistas para chapas metálicas
 - Flexibilidade do critério
 - Intervalos de parâmetros
 - Simulações no Abaqus
- Levanta a questão da necessidade da **filtragem** da base de dados



Coeficiente de Lankford (anisotropia)



Curva de encruamento



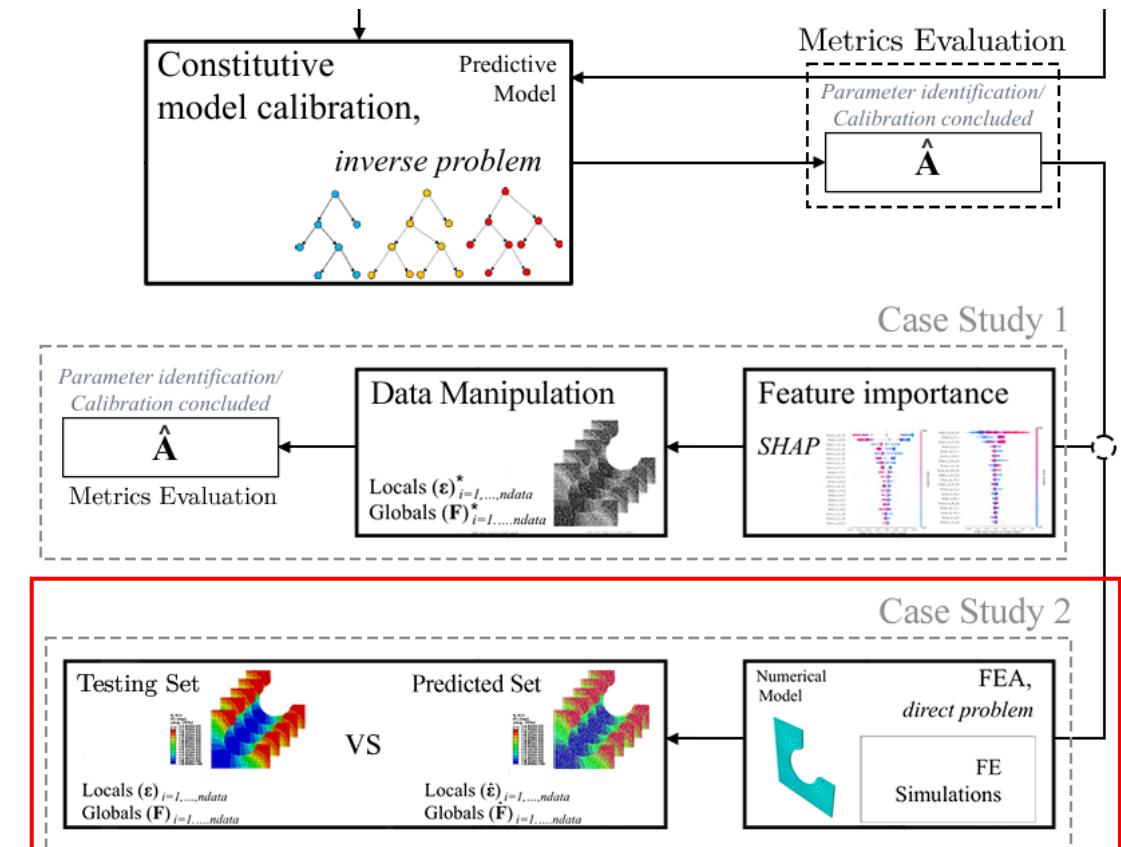
CS2 – Validação das Previsões

Entender motivos para o fraco desempenho preditivo dos modelos

Hipótese do modelo prever soluções alternativas para os parâmetros

Para testar a hipótese utilizaram-se as previsões para simular no Abaqus

Verificar se os parâmetros previstos conseguem replicar o comportamento do material original



CS2 – Validação das Previsões

8 Simulações foram excluídas por não terminarem a simulação (742)

Análise	R ²	MAE	MAPE [%]
Forças	-3.2498	1204.55	119.78
Deformações	-0.2984	0.024	8046.80

No entanto, a simulação #615 foi uma exceção ($R^2 > 0.9$)

Apesar de ter um NADP de 21.83% apresentou semelhanças no comportamento mecânico

NADP CPB06 = 17.35%
NADP Swift = 4.48%

	C_{12}	C_{13}	C_{22}	C_{23}	C_{33}	C_{66}	γ_o	K	N
Real	0.92	0.17	-0.14	-0.79	1.97	1.00	278.54	367.77	0.16
Previsto	0.62	-0.20	1.51	-0.69	0.68	0.02	281.62	363.85	0.23

Conclusão

CS1 – Conclusões Gerais

- Verificou-se a **elevada competitividade** de técnicas de ML (**XGBoost**) para prever os parâmetros dos materiais em simulações de conformação de chapa metálica
- Análise da importância de features (**SHAP**) permitiu verificar a **repetibilidade e a importância** de algumas features ao longo da simulação para as previsões dos modelos
- A **robustez** do modelo é **evidente**, com ruído aplicado na base de dados de teste mantendo praticamente os níveis de performance elevados
- Verificou-se a dependência do modelo das features mais importantes através da **perda de performance** no cenário de falta de dados

CS2 – Conclusões Gerais

- Verificou-se que o tempo de treino dos modelos foi **superior** aos do CS1, tendo em conta o mesmo número de amostras
 - (critério mais flexível e maior número de parâmetros)
- Verificou-se sobre ajustamento (*overfitting*) nos modelos treinados
 - Métricas de treino ótimas e métricas de teste significativamente piores
- Verificou-se que o modelo conseguiu prever **algo próximo de uma múltipla solução** através do processo de validação das previsões
 - (no entanto globalmente foi um **fracasso**)

Considerações Futuras

- A implementação de **critérios mais flexíveis** deve ser considerada para maior **detalhe** na descrição do comportamento anisotrópico do material nas simulações (continuação CPB06)
- Manter o intervalo de parâmetros e perceber se a inclusão de valores negativos de coeficientes de Lankford é prejudicial às previsões de material real
 - Comparar modelo treinado na base de dados inteira vs. modelo treinado na base de dados realista
 - Compreender se filtrar é um passo a mais
- Manipular a função objetivo para utilizar *Physics-Informed ML*
- Considerar a utilização de **ANNs** para a previsão de soluções múltiplas
 - **XGBoost** tende a proporcionar valores médios para casos de soluções múltiplas (*same input, different output*)

Obrigado

“Loneliness is often the byproduct of a gifted mind”

Dr. Corin Reveck Singed

Clássicas vs. Inversas

Clássicas

Baseiam-se em medições globais como
forças pressões e deslocamentos

**Calcular de forma analítica a tensão e deformação
sob a condição de campos homogéneos**

- **Desvantagens**

- Modelos mais complexos implicam maior número de testes
- Assumir campos de deformação e tensão homogéneos não representa a realidade de processos de conformação de chapa
- Altamente sensível a erros experimentais

Inversas

Estão feitas para utilizar testes que incluem campos de deformações heterogéneas

Replicar melhor as condições de processos de conformação de chapa metálica

- **Vantagens**

- Utilização de apenas um único ensaio mecânico
- DIC que permite captar detalhadamente *full-field measurements* que acaba por ser combinado com algoritmos de otimização

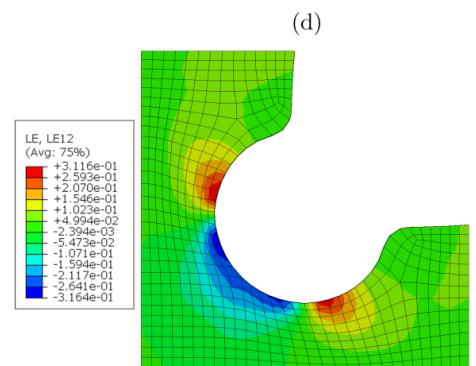
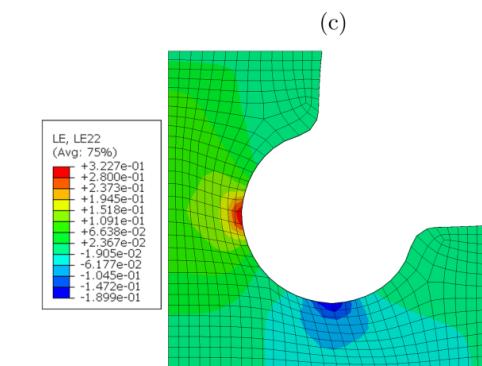
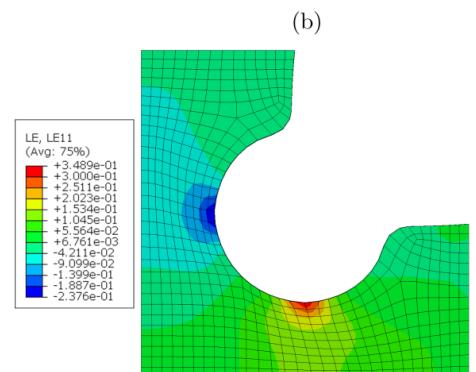
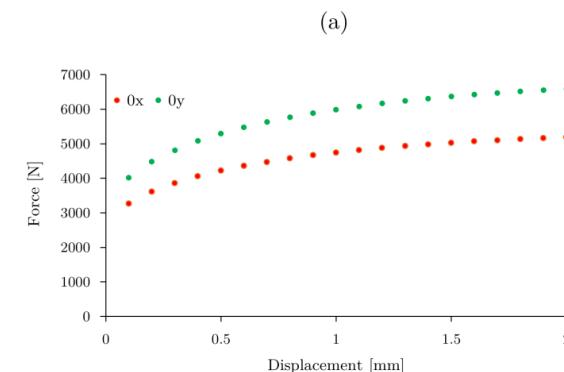
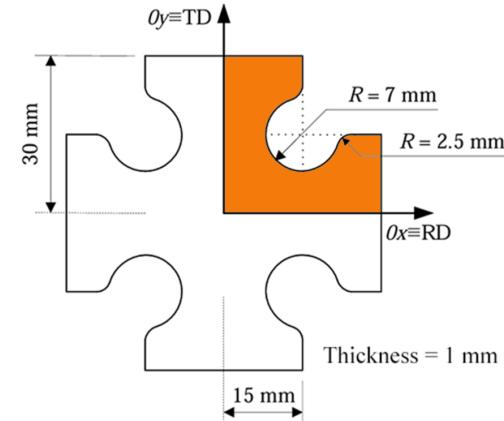
Ensaio biaxial e Provete cruciforme

- **Vantagens**

- Capacidade de gerar tensões e campos de deformações heterogéneos
- Tensão uniaxial nos braços
- Tensão biaxial no centro
- Geometria otimizada em estudos anteriores

- **Desvantagens**

- Não envolve tensão uniaxial (tração)
- Não envolve corte puro (forças opostas paralelas)
- Não envolve flexão (*bending*)
- Não envolve corte perpendicular ao plano de chapa
 - Dificulta no cálculo de L e M do critério de Hill

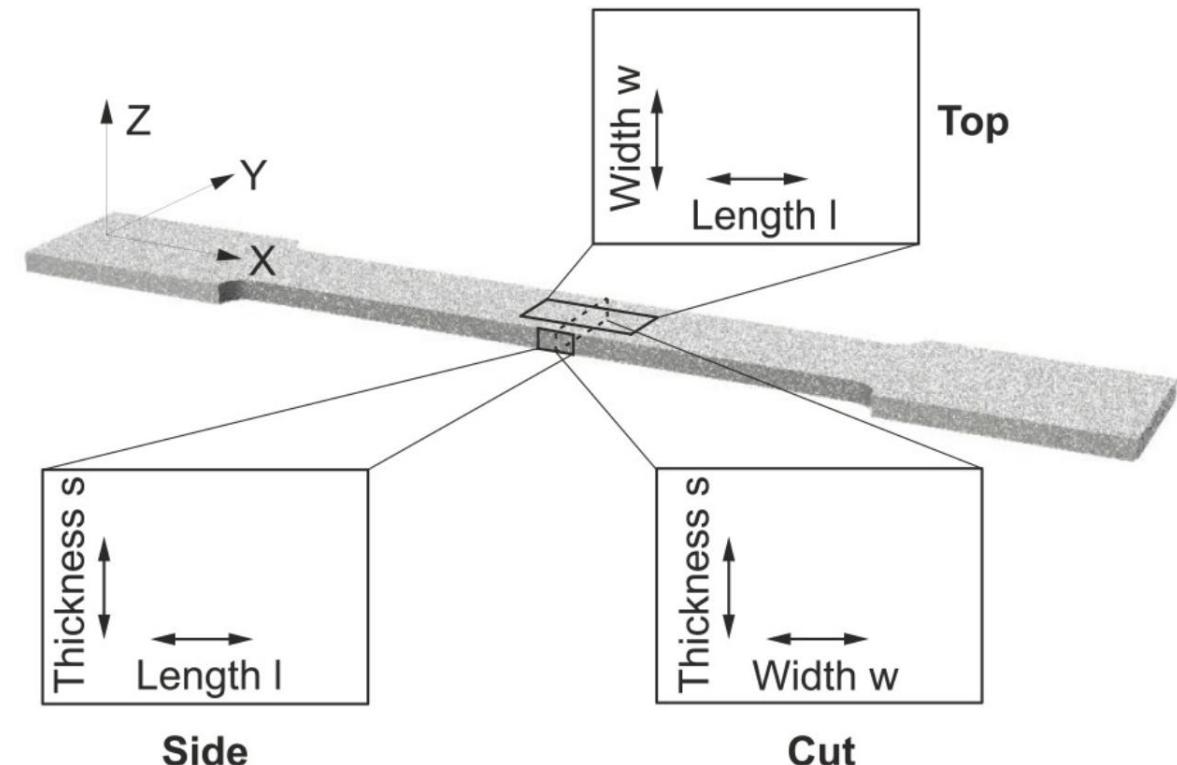


Coeficiente de Anisotropia

Medida da anisotropia plástica que está relacionado à capacidade do material de se deformar plasticamente em diferentes direções.

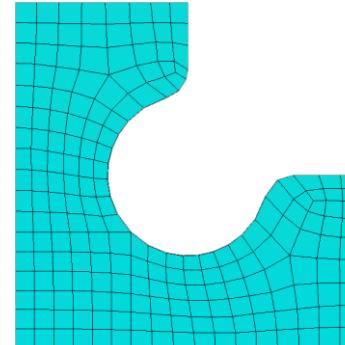
$$r = \frac{W_{final} - W_{inicial}}{S_{inicial} - S_{final}}$$

Valores de r positivos não podem ser com ambas diferenças de espessura e largura negativas!
(Considerar conservação de volume em deformação plástica)

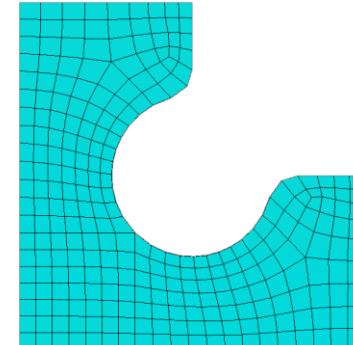


Estudo de convergência de Malha

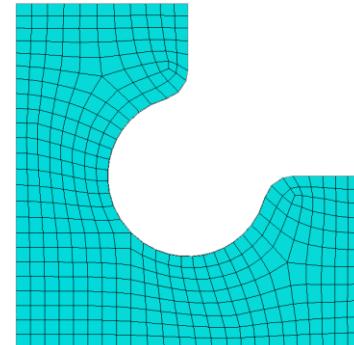
- Comportamento isotrópico - von Mises
- Tempo de Simulação
- Número de variáveis a analisar pelo ML
- Erro relativo de Forças máximas aplicadas
- Comparação de deformações logarítmicas
 - Frequências normalizadas
 - Distribuição de erro relativo



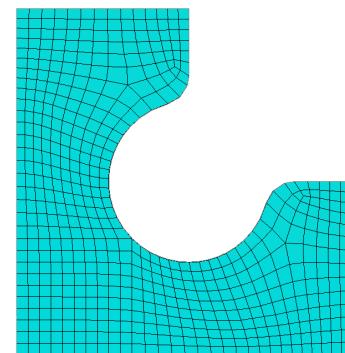
GS = 1.75 mm



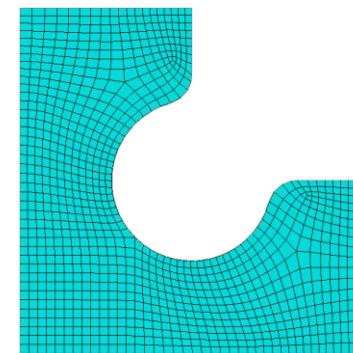
GS = 1.50 mm



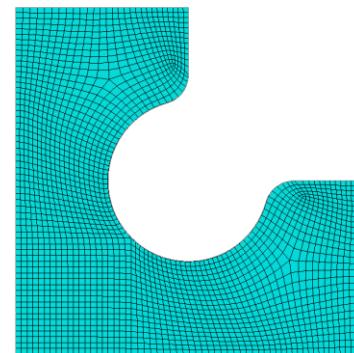
GS = 1.25 mm



GS = 1.00 mm



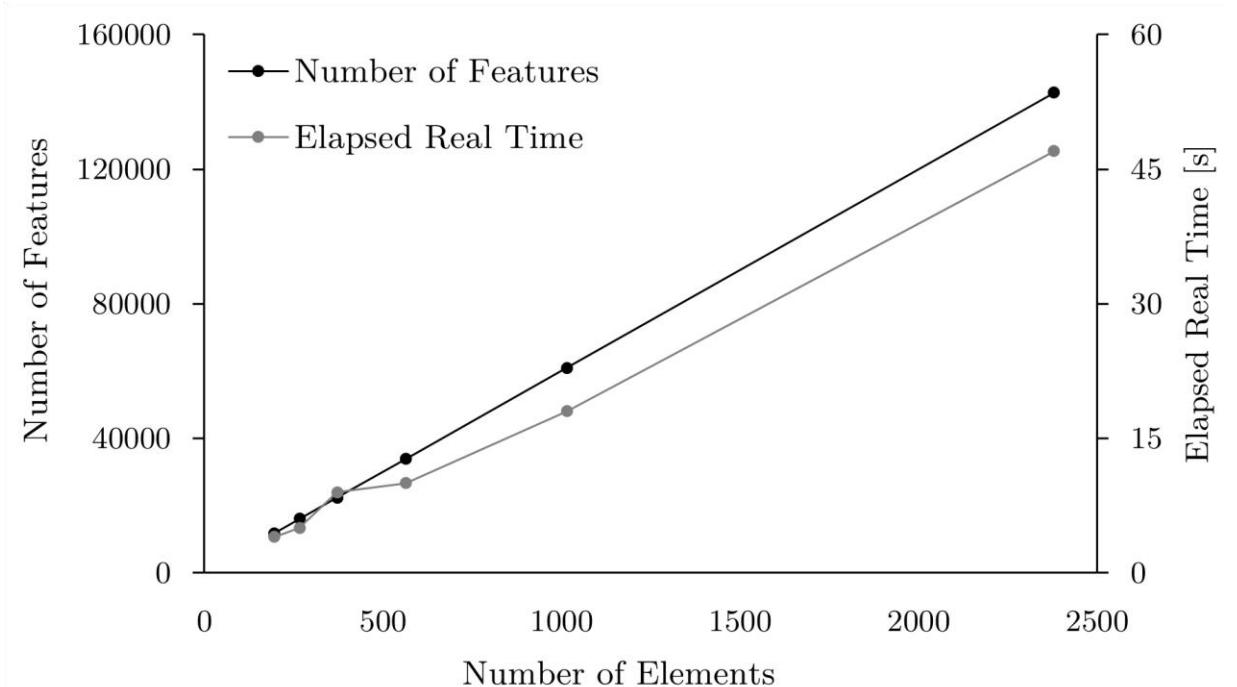
GS = 0.75 mm



GS = 0.50 mm

Estudo de convergência de Malha

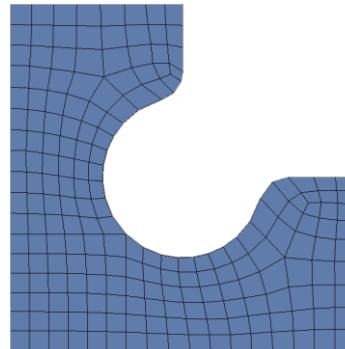
- Número total de *features*
- 20 time steps
- 2 componentes de força (soma nos nós)
 - F_x e F_y
- 3 componentes de deformação log (Z elementos)
 - $(\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \text{ and } \epsilon_{xy})$



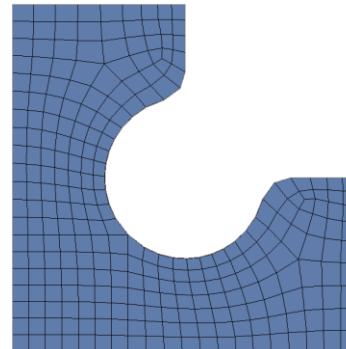
Número de *features* a analisar pelo ML = $20 \times (2 + 3 \times Z)$

Estudo de convergência de Malha

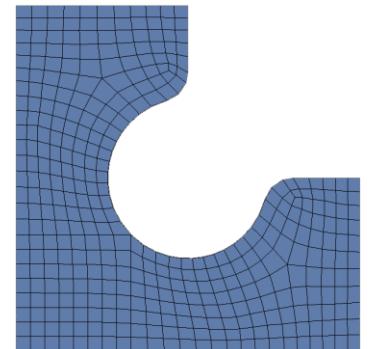
- De modo a garantir uma avaliação válida
- 2 Etapas
 - Análise global de forças (máx)
 - Análise normalizada das deformações log
- Comparação em relação à malha mais refinada



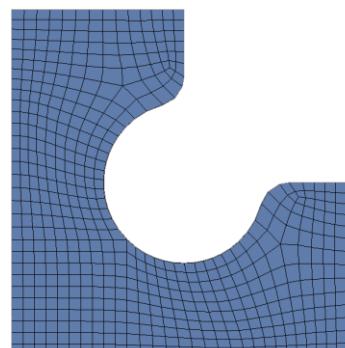
GS = 1.75 mm



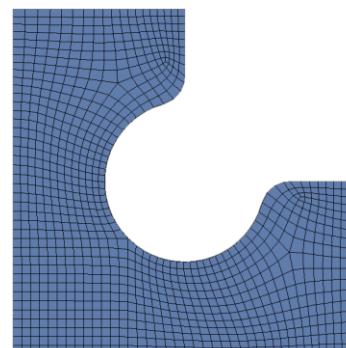
GS = 1.50 mm



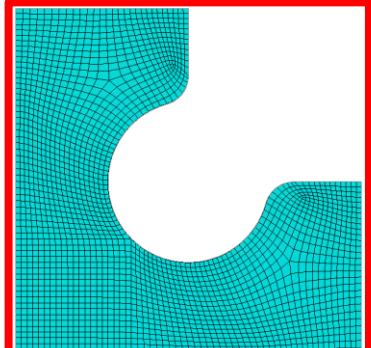
GS = 1.25 mm



GS = 1.00 mm

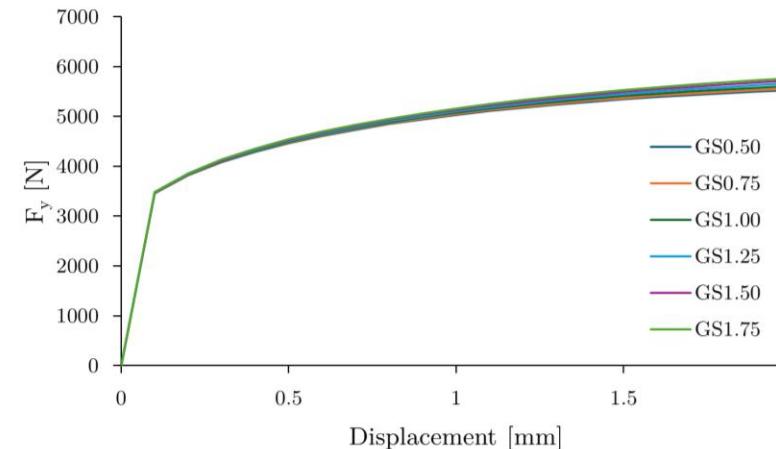
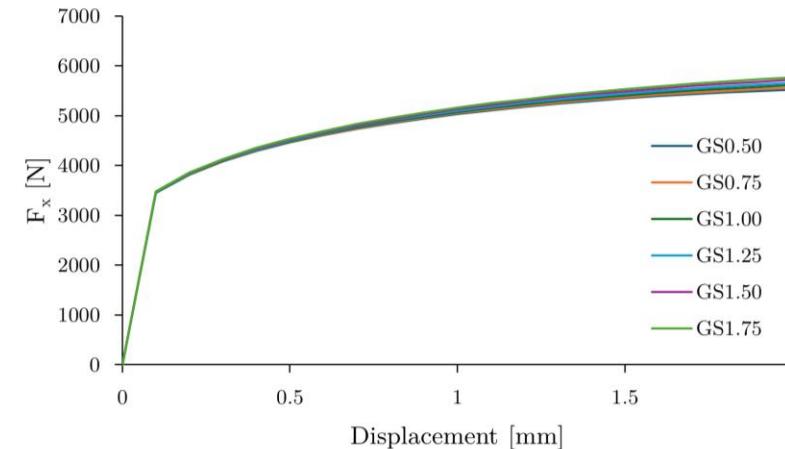


GS = 0.75 mm



GS = 0.50 mm

Estudo de convergência de Malha

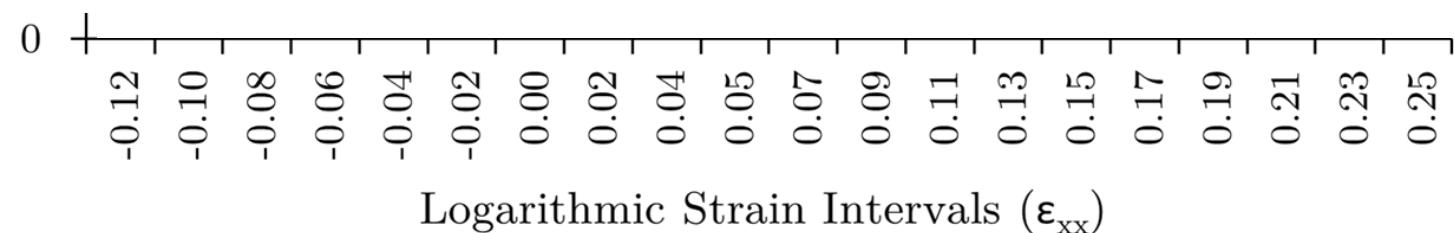


Global Size [mm]	Max Force [N]		Relative Error [%]	
	F_x	F_y	F_x	F_y
0.50	5525.52	5525.24	0.00	0.00
0.75	5561.20	5557.44	0.65	0.58
1.00	5608.40	5609.64	1.50	1.53
1.25	5659.80	5660.28	2.43	2.44
1.50	5717.32	5718.24	3.47	3.49
1.75	5769.48	5766.80	4.42	4.37

- Forças (Máx) em O_x e O_y em função do deslocamento
- Discrepâncias mínimas em relação à malha mais refinada

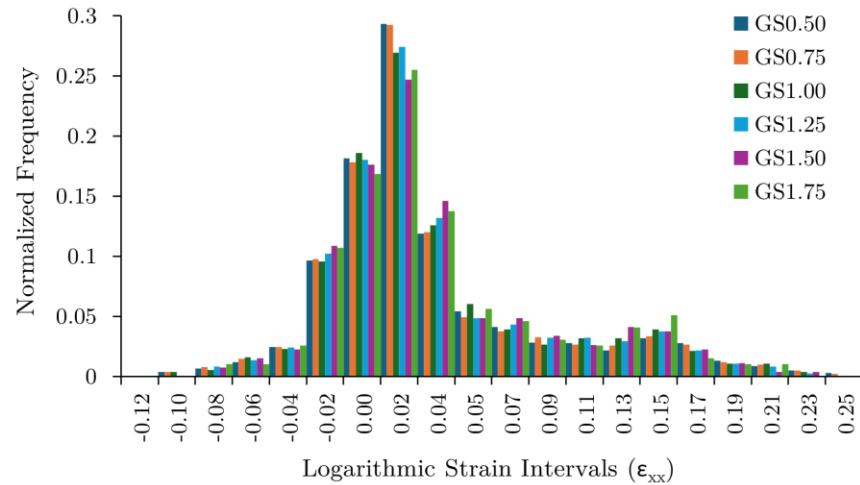
Estudo de convergência de Malha

- Retiraram-se para cada componente e elemento as deformações logarítmicas
- Identificaram-se as menores e as maiores (range)
- Dividiu-se o range em 20 espaços iguais
- Calculou-se a frequência de deformações em cada intervalo foi calculada
- Normalizou-se a frequência dividindo-a pelo número de elementos de cada malha

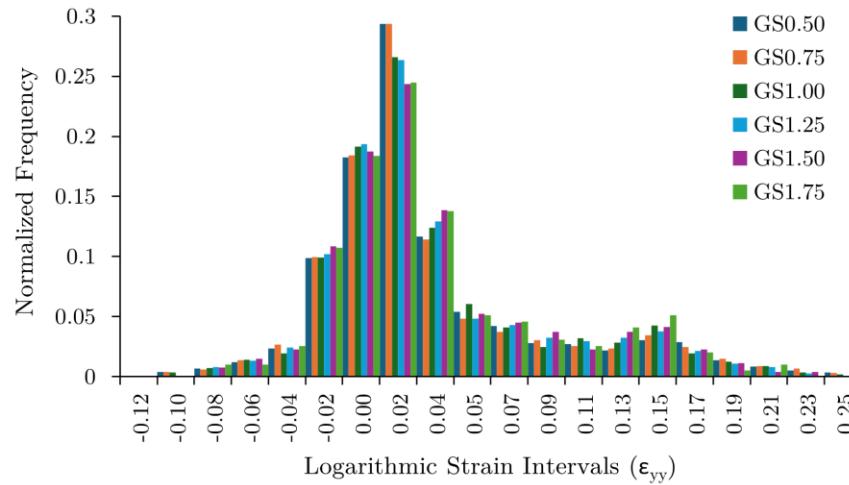


Estudo de convergência de Malha

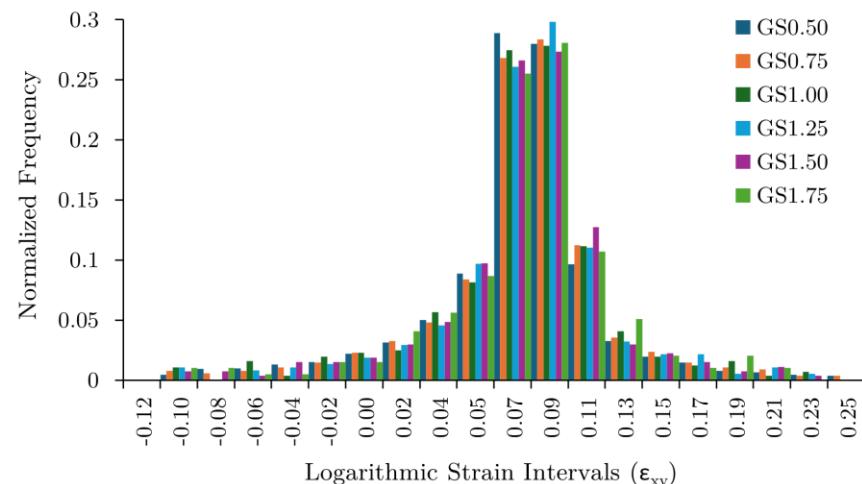
(a)



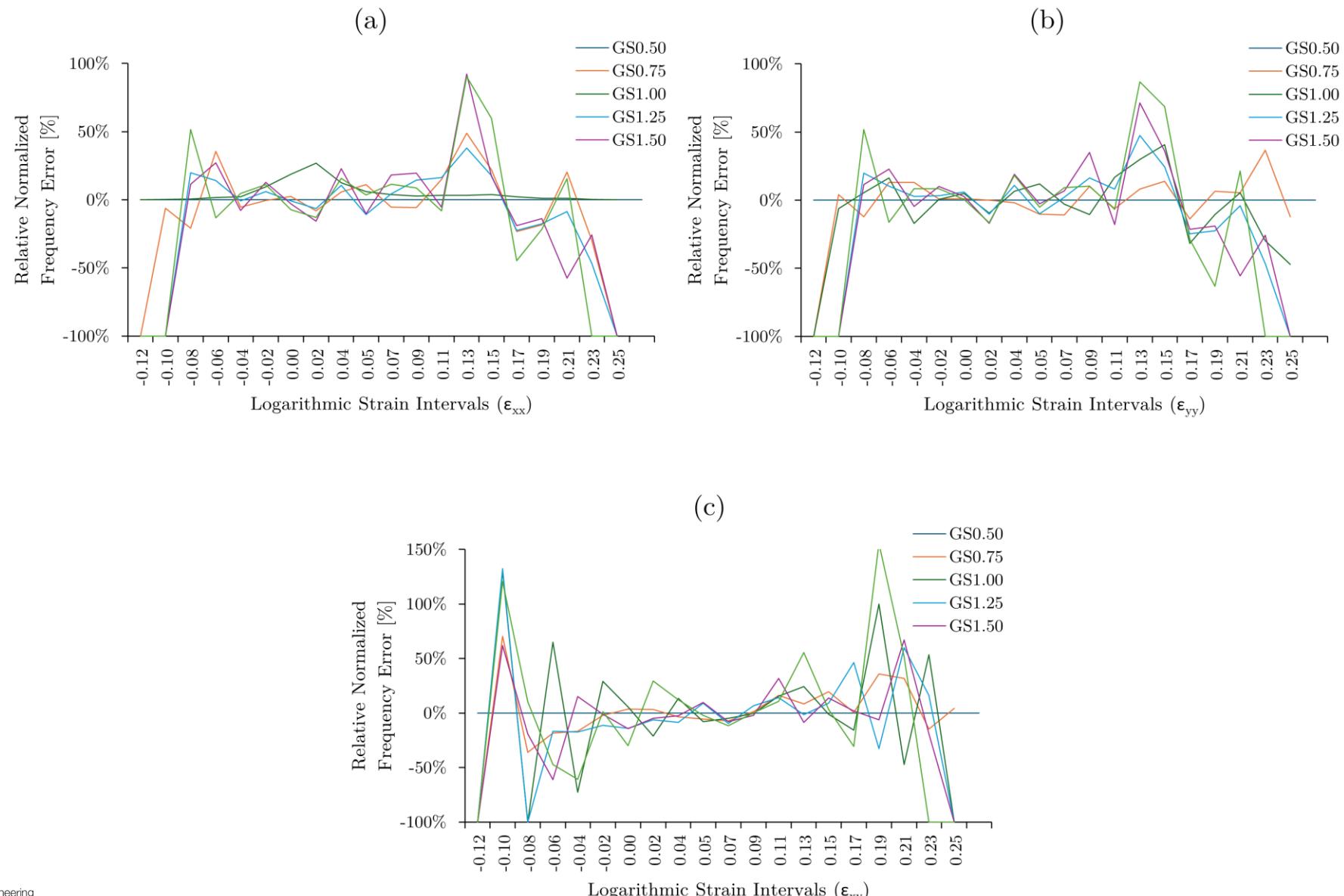
(b)



(c)



Estudo de convergência de Malha

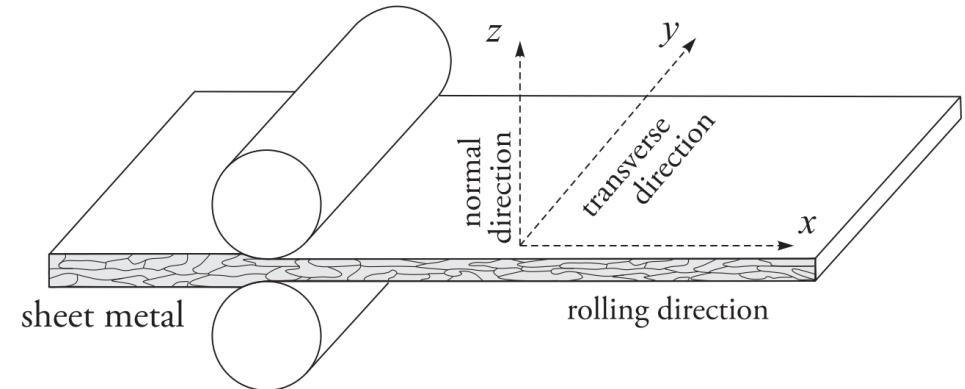


Critério Hill48

- Comportamento isotrópico (von Mises)
- $F = G = H = L/3 = M/3 = N/3 = 0.5$

$$\underline{F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2} + \underline{G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2} + \underline{H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2} + \underline{2L\tau_{yz}^2} + \underline{2M\tau_{xz}^2} + \underline{2N\tau_{xy}^2} = Y^2$$

- Parâmetros de anisotropia
- Componentes do tensor de tensões de Cauchy
- Tensão de Cedência
- Parâmetros L e M difíceis de identificar devido a difícil realização de ensaios de corte nos planos correspondentes
 - Valores assumidos como isotropia ($= 1.5$)
 - $G = 1 - H$
- Restantes valores obtidos através de 3 ensaios de tração ($0^\circ; 45^\circ; 90^\circ$ - RD)



R. Satošek, T. Pepelnjak, and B. Starman, "Characterisation of out-of-plane shear behaviour of anisotropic sheet materials based on indentation plastometry," International Journal of Mechanical Sciences, vol. 253, 9 2023.

Critério CPB06

- Comportamento isotrópico (von Mises)
- $k = 0; \alpha = 2$

$$(|\underline{\Sigma}_1| - \underline{k} \cdot \underline{\Sigma}_1)^{\underline{\alpha}} + (|\underline{\Sigma}_2| - \underline{k} \cdot \underline{\Sigma}_2)^{\underline{\alpha}} + (|\underline{\Sigma}_3| - \underline{k} \cdot \underline{\Sigma}_3)^{\underline{\alpha}} = \underline{Y}^{\underline{\alpha}}$$

- $\underline{\Sigma}_1, \underline{\Sigma}_2, \underline{\Sigma}_3$ são os valores principais do tensor desviador transformado $\underline{\Sigma}$
- \underline{k} é uma constante do material relacionada com a assimetria entre tração e compressão
- $\underline{\alpha}$ é um inteiro positivo
- Tensão de Cedência
- No caso de uma chapa fina
 - os únicos componentes de tensão não nulos são tipicamente assumidos como sendo as tensões no plano ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$)
 - $C_{44} = C_{55} = C_{11} = 1$

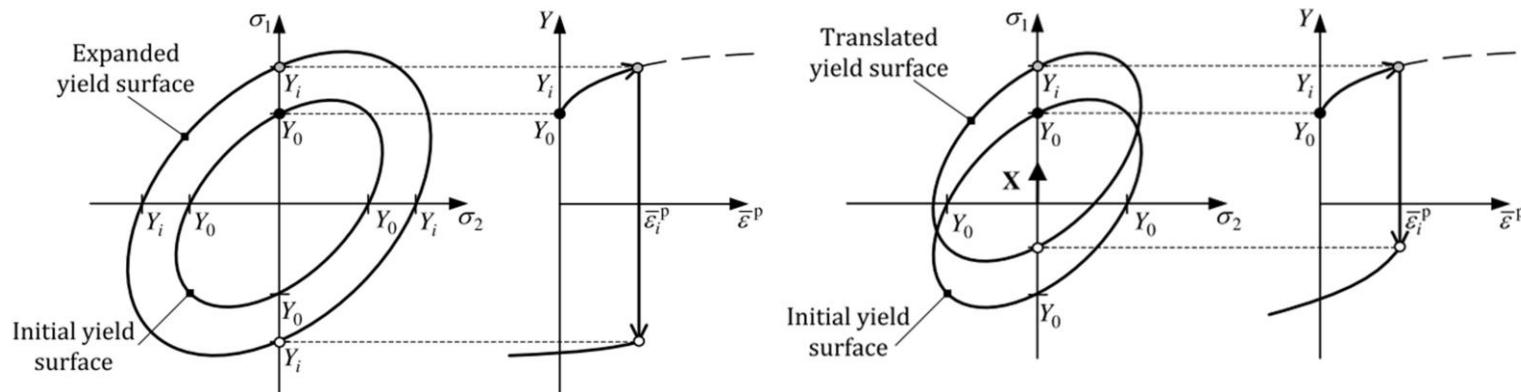
Lei de Swift

As leis de potência, como a lei de Swift, não conseguem representar a saturação da tensão que ocorre em grandes deformações.

$$\underline{Y} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n$$

with $\varepsilon_0 = \left(\frac{Y_0}{K} \right)^{1/n}$

- Parâmetros do material
- Deformação plástica equivalente
- Tensão de Cedência



F Dunne and N Petrinic. "Introduction to computational plasticity". In: Oxford University Press, 2005, pp. 26–61. ISBN: 9780198568261.

- Isotrópicas formulam a alteração do tamanho da superfície
- Cinemáticas a alteração do centro da superfície
 - Efeito de Bauschinger (alteração das trajetórias na deformação)

3 – Base de Dados

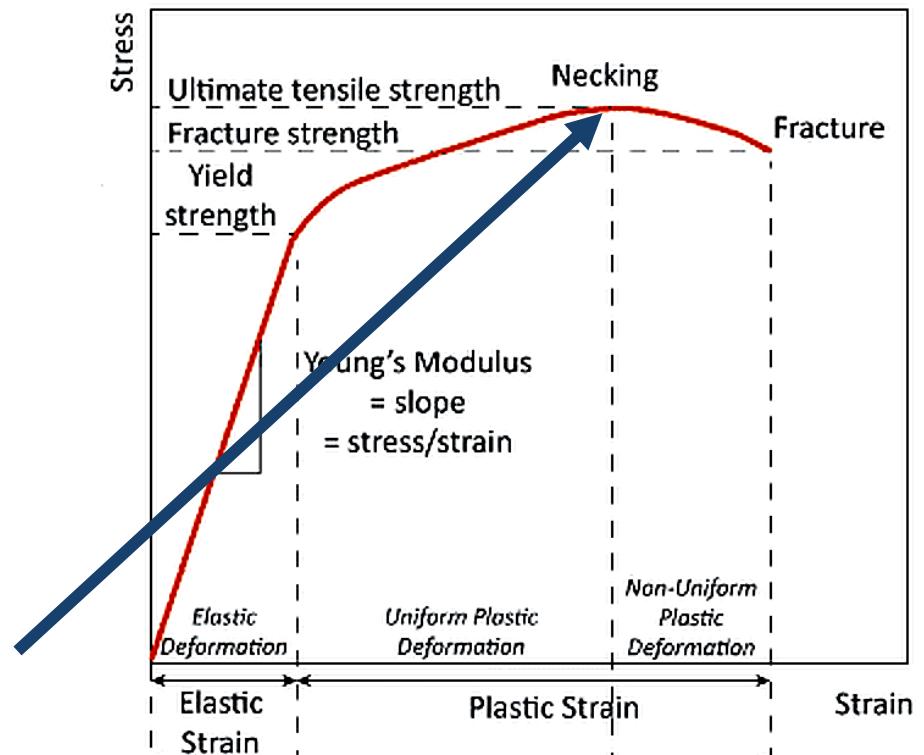
Caso de Estudo	Simulações			
	Total	Úteis	Treino	Teste
1	9045	3470	3000	470
2	10550	4750	4000	750

Simulações que apresentam **decréscimo de força** aplicada durante a simulação

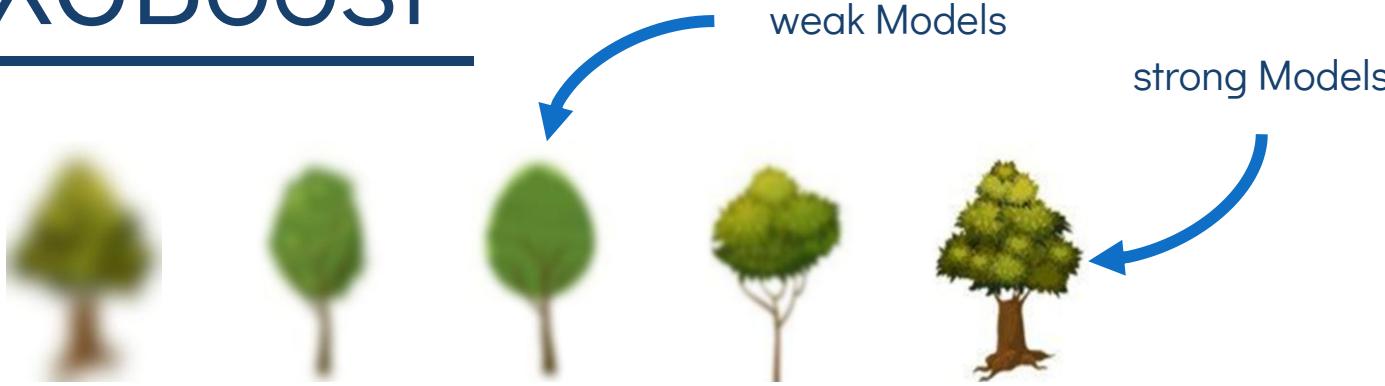


Não atingem o 20º time step o que conduz a uma **base de dados incompleta**

Tensão limite de rutura antes do 20º time step



XGBoost



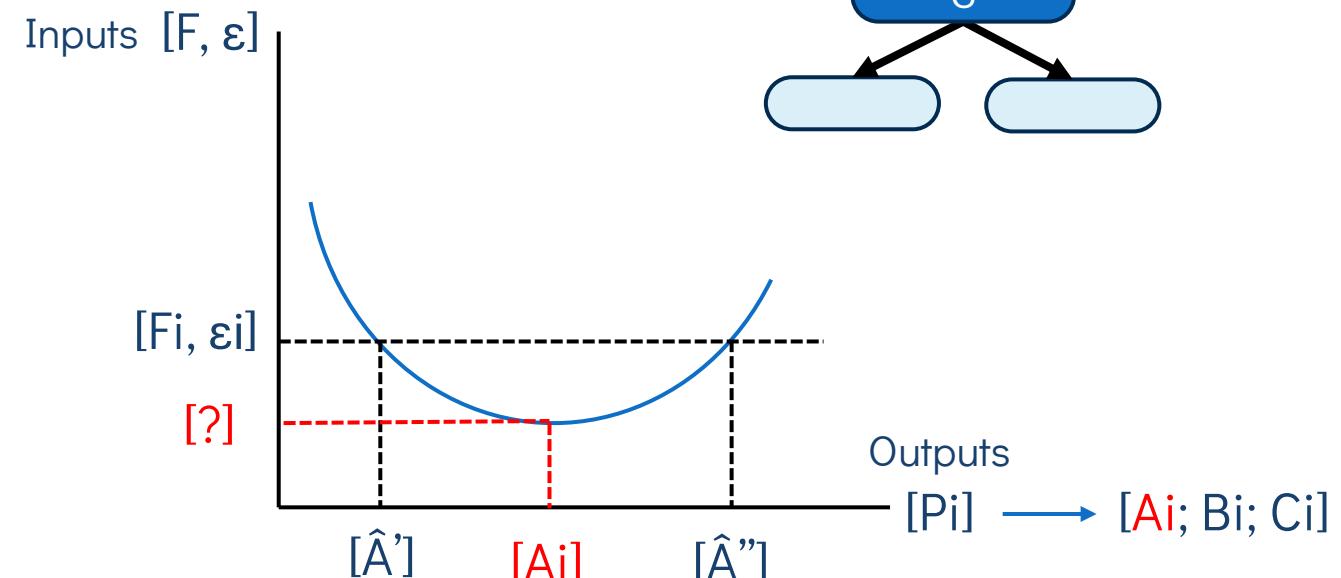
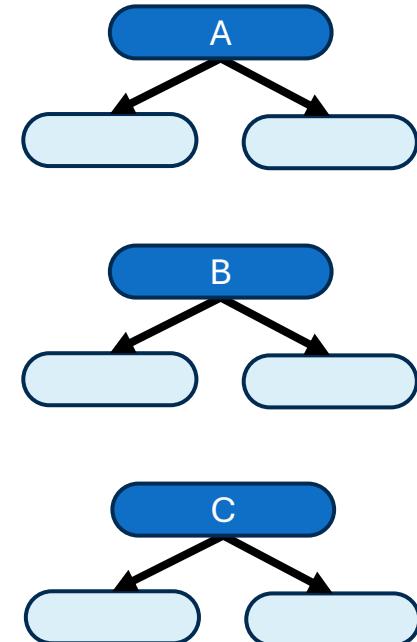
Gradient boosting através de Gradient Descent (*fog*)

- Algoritmo Otimizado
 - Uso de Memória e execução python
- Regularização (L1 Lasso; L2 ridge)
 - Reduz o impacto de *features* menos importantes
 - Maior controlo sobre *overfitting*
- Hyperparameter Tuning
 - `learning_rate=0.02, max_depth=15, n_estimators=1000`

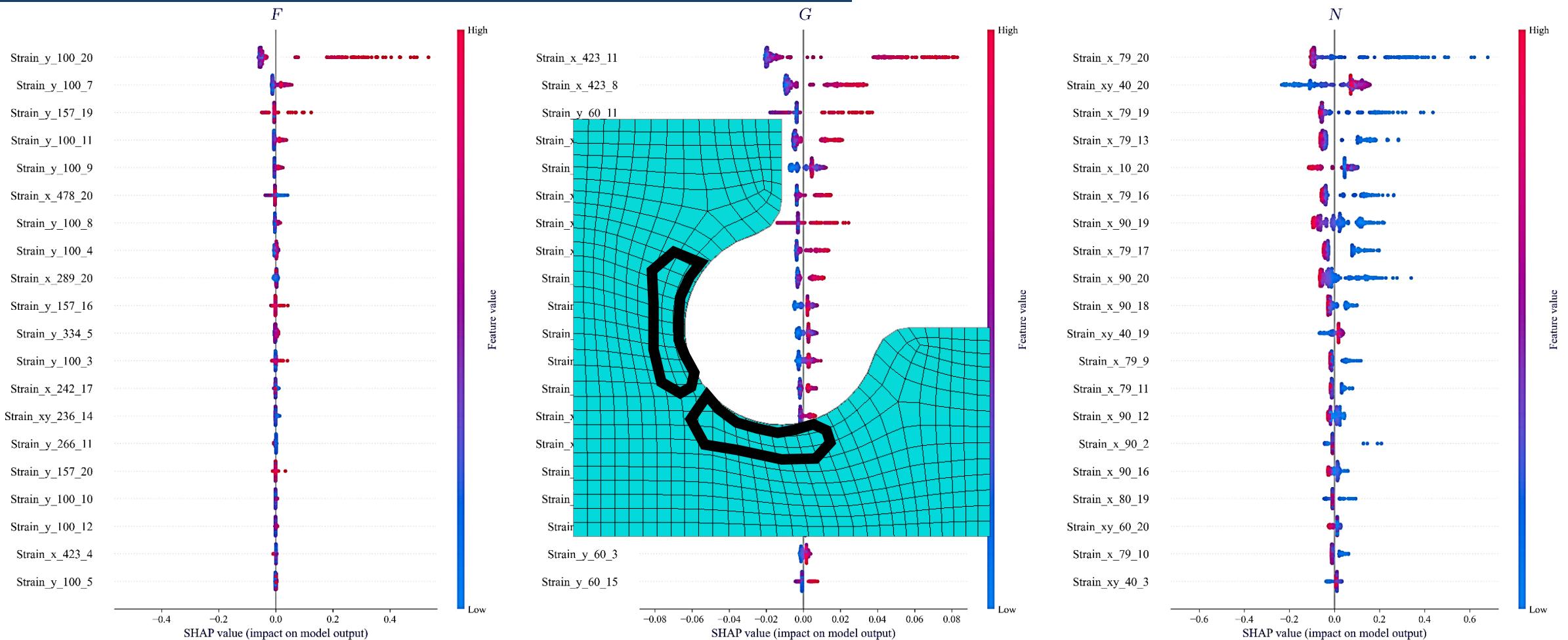
$$\text{obj}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_i W \left(\hat{A}_i(\boldsymbol{\theta}), A_i \right) + \sum_k \Omega(\boldsymbol{\theta})$$

MSE e Função Regularizadora

MultiOutputRegressor

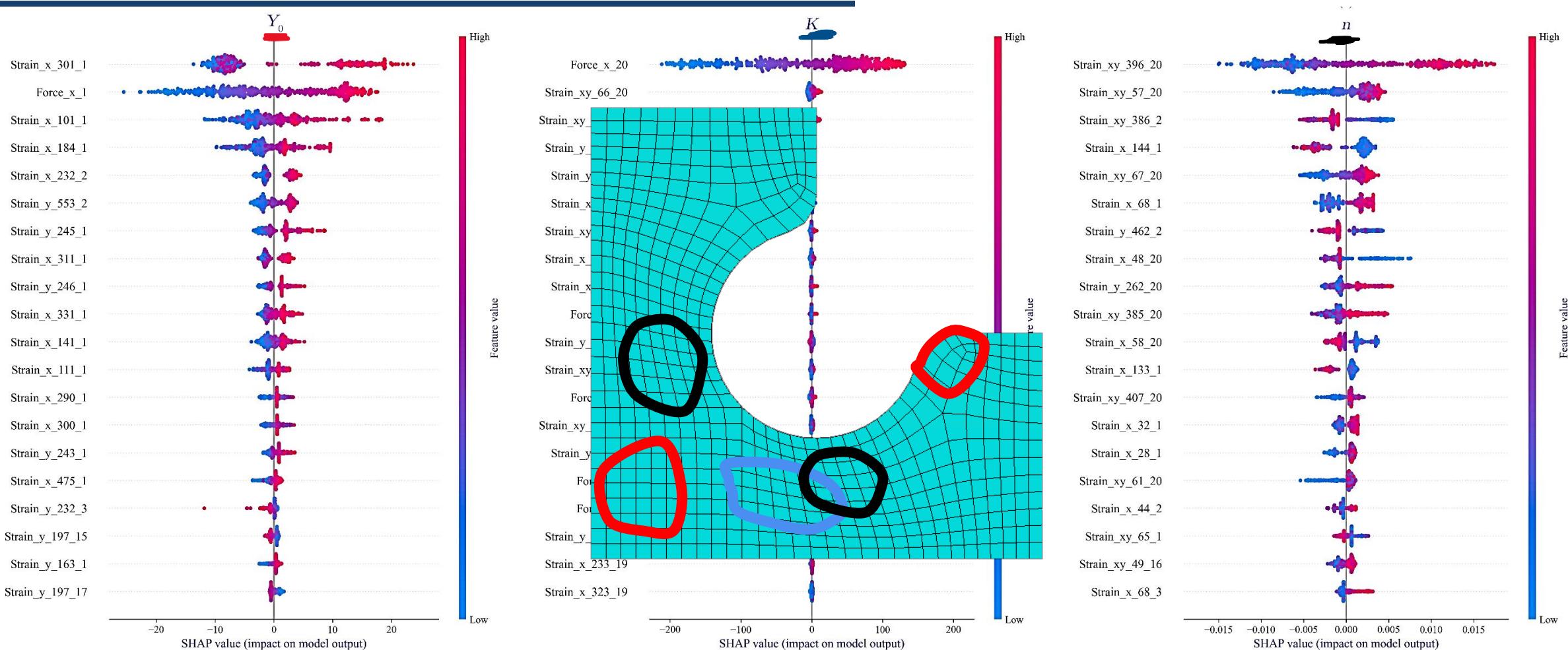


CS1 - SHAP Values



- Top 20 features mais influentes na previsão dos parâmetros do critério de Hill48 (3000_CS1)
- Critério de Hill dependente principalmente de elementos específicos em diferentes time steps

CS1 - SHAP Values



- Top 20 features mais influentes na previsão dos parâmetros da Lei de Swift (3000_CS1)
- Lei de Swift dependente da força na direção Ox no primeiro e último time step

3 - Estudo de Malha

Teorema Central do Limite (TCL)

